

文章编号: 1674—8247(2018)01—0006—04

## 分项系数与目标可靠指标的关系及其应用

罗一农 王占盛 郭海强

(中铁二院工程集团有限责任公司, 成都 610031)

**摘要:**本文从可靠指标与分项系数的概念和数学含义出发,分析了分项系数与可靠指标的关系;归纳总结了分项系数和目标可靠指标在工程设计中的应用;提出了在《工程结构可靠性设计统一标准》(第一层次标准)和《铁路工程结构可靠性设计统一标准》(第二层次标准)中应明确分项系数和可靠指标的对应关系,以及在结构或构件的极限状态设计规范(第三层次规范)中分项系数和目标可靠指标的作用,以指导规范的编制和工程设计。研究的结论:(1)分项系数与可靠指标正相关应满足一定的条件;(2)可靠性设计统一标准中可靠指标和分项系数计算公式应给出适用条件并补充完善,才能消除由于相关性带来的误差;(3)工程设计规范应给出分项系数,可给出对应的目标可靠指标;(4)在实际工程设计中,建议特殊设计采用可靠指标进行设计,常规设计采用分项系数进行设计。

**关键词:**可靠性设计标准(规范);可靠指标;分项系数;铁路工程

**中图分类号:**U213.152 **文献标志码:**A

## Relationship between Partial Factor and Reliability Index and Its Application

LUO Yinong WANG Zhansheng GUO Haiqiang

(China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., Chengdu 610031, China)

**Abstract:**Based on the concepts and math meanings of reliability index and partial factor, the relationship between reliability index and partial safety factor is analyzed, and applications of them in engineering design are concluded. It is necessary to clarify the relationship between reliability index and partial safety factor in Unified Standard for Reliability Design of Engineering Structures (the first level) and Unified Standard for Reliability Design of Railway Engineering (the second level), as well as the functions of them in design code of ultimate state of structures or components (the third level) to guide the compilation of codes and engineering design. Study result: (1) Reliability index and partial safety factor are positively correlated under certain conditions; (2) Application conditions should be given for calculation formula of reliability index and partial factor in the unified standard of reliable design to eliminate errors due to correlation; (3) Partial factor should be given for engineering design code, and corresponding reliability index can be given; (4) In the actual engineering design, it is better to adopt reliability index for irregular design, By contrast, it is better to adopt partial factor for conventional design.

**Key words:**reliability design standard (code); reliability index; partial factor; railway engineering

自2010年以来,中国铁路部门大力开展铁道工程 专业基于概率论的极限状态设计研究,实现设计标准

收稿日期:2017-05-02

作者简介:罗一农(1964-),女,教授级高级工程师。

基金项目:中铁二院院计划(kyy2016060(16-17))

引文格式:罗一农,王占盛,郭海强. 分项系数与目标可靠指标的关系及其应用[J]. 高速铁路技术,2018,9(1):6-9.

LUO Yinong, WANG Zhansheng, GUO Haiqiang. Relationship between Partial Factor and Reliability Index and Its Application [J]. High Speed Railway Technology, 2018, 9(1): 6-9.

由总安全系数法向极限状态法转轨。Q/CR 9007 - 2014《铁路工程结构可靠性设计统一标准》及路基、桥梁、隧道和轨道的极限状态设计暂行规范已经发布。作者在规范编制和相关研究中,对可靠指标与分项系数进行了计算分析,对两者的关系有了新的认识。本文将通过分析两者之间的关系,给出减少计算偏差的方法,以供标准、规范编制和设计参考。

1 基本定义

在分项系数和可靠指标计算中,涉及的常用术语定义如表1所示。

表1 相关术语的基本定义<sup>[1]</sup>

名称	定义	数学描述
结构功能	结构的用途。例如:抗弯、抗剪、抗滑动、抗倾覆等	$Z = g(R, S) = R - S$
可靠性	结构在规定的条件下和时间内满足预定功能的能力	$R - S \geq 0$
可靠度	满足预定功能的概率	$p_s = P(R - S > 0)$
失效概率	不满足预定功能的概率	$p_f = P(R - S < 0)$
可靠指标	功能函数为正态分布时,均值和标准差之比	$\beta = \mu_g / \sigma_g$
随机变量	功能函数中具有一定随机特征的基本变量	$R, S$
安全系数	保证设计式具有一定安全储备的系数	$K = \mu_R / \mu_S$
分项系数	在设计式中,保证每个基本变量具有一定安全储备的系数	$\gamma_S = S_d / \mu_S, \gamma_R = \mu_R / R_d$

注:(1) $g(\cdot)$ ——功能函数;  
(2) $R, S$ ——抗力基本变量和作用基本变量;  
(3) $\mu_R, \mu_S$ ——抗力均值和作用均值;  
(4) $S_d, R_d$ ——作用设计值和抗力设计值;  
(5) $\gamma_S, \gamma_R$ ——作用分项系数和抗力分项系数。

2 可靠指标与分项系数的相互关系

可靠性设计统一标准给出的公式大多要求变量独立,对变量具有相关性时,如何解决计算误差,没有给出具体方法。本文将提出初步的解决方法。

2.1 可靠指标和分项系数的计算

2.1.1 可靠指标

结构的可靠度与失效概率为互不相容事件。可靠度和失效概率均可用来衡量结构的可靠性,但工程设计中,直接计算结构功能的失效概率或可靠度较困难,一般采用等价的评价指标——可靠指标。从表1可知,可靠指标与失效概率之间有如下关系:

$$P_f = \Phi(-\beta) \text{ 或 } \beta = \Phi^{-1}(1 - P_f) \tag{1}$$

式中: $\Phi(\cdot)$ ——标准正态分布函数。

可靠指标具体的实际意义如图1所示<sup>[2]</sup>。

可靠指标计算方法很多,具有代表性的是“JC法”和“蒙特卡洛法”。前者适用于功能函数简单并可求

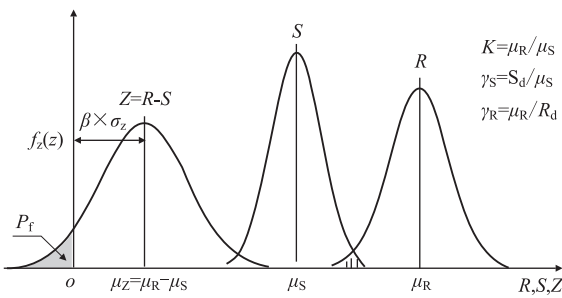


图1 可靠指标与分项系数的关系

导的情况,后者是模拟失效概率的方法,适用于计算复杂或功能函数不可求导的情况。

2.1.2 总安全系数<sup>[3]</sup>

按表1中的定义,总安全系数 $K$ 只与抗力 $R$ 和作用效应 $S$ 的均值有关。实际中 $R$ 和 $S$ 应为随机变量,若其统计特征为正态分布,则:

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_g} = \frac{(K - 1)\mu_S}{\sigma_g} \tag{2}$$

式中: $\mu_g, \sigma_g$ ——功能函数的均值和标准差。

式(2)可进一步变化为:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{\frac{\mu_R}{\mu_S} - 1}{\sqrt{\left(\frac{\mu_R}{\mu_S}\right)^2 \delta_R^2 + \delta_S^2}} = \frac{K - 1}{\sqrt{K^2 \delta_R^2 + \delta_S^2}} \tag{3}$$

式中: $\sigma_R, \sigma_S$ ——抗力和作用的标准差;

$\delta_R, \delta_S$ ——抗力变异系数和作用变异系数。

由式(2)可知,自变量为正态是计算条件之一,如不满足此条件,需当量正态化。

同理,已知功能函数目标可靠指标和变量统计特征,也可得到具有概率意义的安全系数计算式。

2.1.3 分项系数

将总安全系数 $K$ 分解到抗力和作用上,可表示为抗力和作用分项系数 $\gamma_R$ 和 $\gamma_S$ 。根据目标可靠指标得到具有概率意义的分项系数。本文给出“一般分离法”的分项系数计算式,以说明可靠指标和分项系数以及随机变量统计特征之间的关系:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_R &= \frac{1}{1 - \Phi_R \delta_R \beta} \\ \gamma_S &= 1 + \Phi_S \delta_S \beta \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

式中分离函数计算如下:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_R &= \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \\ \Phi_S &= \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

计算分项系数的方法有多种,国内外的可靠性设计标准中,一般推荐JC法和试算法。这两种方法在分项系数和可靠指标的关系上,没有一般分离法看起来简单、直观。

## 2.2 相互影响

由式(2)、式(3)可知,可靠指标与总安全系数正相关,与变异性负相关。由式(4)可知,当变量的统计特征不变时,抗力分项系数和作用分项系数与可靠指标正相关。当然作用不同的计算方式,有时会破坏这种对应关系。

## 2.3 自洽性和矛盾现象

### 2.3.1 自洽性

无论总安全系数、分项系数还是目标可靠指标,当随机变量统计特征不变时,三个指标均反应所设计结构某项功能的安全储备。由于这三个指标相互对应,故以三指标分别设计出的结构应一样,从逻辑上才不矛盾,我们把这种设计结果的一致性称之为三指标的自洽性。

### 2.3.2 矛盾现象

在确定目标可靠指标和分项系数时,往往会发现,采用总安全系数设计出的结构,求出结构的可靠指标,再以可靠指标求出分项系数,用得到的分项系数反过来进行设计时,得到的结果却与前不同。这就违反了自洽性原则,出现了矛盾现象。

在可靠性设计统一标准推荐的可靠指标和分项系数的计算方法及本文提出的分项系数的计算方法中,都会提到正态分布、独立变量这两个条件。如果不符合正态分布,应当量正态化。

对于变量的独立性,统一标准中虽然也有提到,却没有给出变量不独立时的解决办法,甚至在某些诠释中有提到工程设计相对不是很精确,变量不独立产生的误差不大。但在确定分项系数时,若条件不满足,有时带来的误差是不可接受的。

分析式(5)中分项系数和可靠指标及统计特征之间的关系,则可得到一些启示。假设式中的变量不是独立,则有:

(1)随机变量物理相关:若计算并没考虑相关性,可靠指标就不真实,但式(5)中的统计特征同样没有考虑相关性,此时得到的分项系数与总安全系数、可靠指标是自洽的。

(2)随机变量函数相关:无论是计算出的可靠指标还是分项系数,都是不准确的,因为相关性直接出现在功能函数中却未予考虑,计算结果一定会矛盾。相关性越大,计算结果误差越大。

以挡土墙的分项系数确定为例,在抗滑设计中,由于墙身抗滑和土压力竖向分力的抗滑中都存在摩擦系数,且具有明显的相关性,抗滑动控制设计的误差就会较大。抗倾覆设计中,抗力的两个分项不相关,抗倾覆控制设计的结果偏差就比较小。

引入相关系数后,式(5)可得到修正,此时,不是每个分项系数都和可靠指标一定正相关。从以上分析来看,可靠性设计统一标准中的可靠指标和分项系数的计算公式应进行一定的修正。

## 2.4 消除偏差

从前述的分析可知,可靠指标和分项系数的计算均存在误差,这些误差影响了可靠指标和分项系数计算体系的自洽性。为保证自洽性,可将误差分为普遍误差和特殊误差。理论上,误差应为0,实际上,在铁路工程结构设计中,误差的可接受范围为 $\pm 5\%$ 。

### 2.4.1 普遍性误差

相关性以及变量的非正态产生的误差属于普遍性误差,可通过在相应的计算方法中,引入相关因子及当量正态化,完善计算方法并消除误差。

### 2.4.2 特殊误差

特殊误差是指由工程结构的形式、作用 and 抗力计算等特点所造成的,不能用数学公式解决的可靠指标和分项系数的计算误差。减小特殊误差的方式应根据具体情况而定,没有统一模式,且这些方法不可能完全解决不自洽现象。下面给出几个典型的特殊误差处理方法和建议。

#### (1)抗力和作用的含义发生改变的影响

重力式挡土墙总安全系数法的抗滑公式中,基底斜底产生的抗滑力是在推力中扣除抗滑力计入推力之中的。而在极限状态法的抗滑公式中,该项作为抗力的一部分计入总抗力。如果将极限状态表达式写成抗力与作用相除的形式,则相当于把总安全系数法中斜底产生的抗力从分母相减移到分子相加。该项处于分母还是分子,对抗滑结果的影响较大,这也是总安全系数和分项系数设计结果不同的主要原因,如果采用同样的分项系数,对应的可靠指标就不一样。因此,要提出一套既适合斜底又适合平底的分项系数是困难的,分项系数到底如何取值,应看挡墙是斜底的情况多,还是平底的情况多,只能照顾多数。

#### (2)不同设计工况的影响

对总安全系数法和极限状态法的设计结果进行对比发现,一般地区挡土墙误差最小,地震工况下次之,浸水工况下偏差较大。地震地区和浸水地区与一般地

区相比,不仅要进行地震或浸水工况的设计,还要进行无震或无水检算,因此,一般地区挡土墙的误差最小。地震工况下的土压力计算仅仅是进行了某些变量的修正,计算公式与一般地区是完全相同的,所以误差居中,浸水工况下则偏大。

(3)土压力计算超出适用条件的影响  
边坡坡率对可靠指标计算的影响很大。对于长大边坡,结构失效的概率不会小于土压力出现无穷大(破裂面与边坡不能相交)的概率。出现此种情况时,无论分项系数如何增加,可靠指标都不会提高,可靠指标和分项系数的正相关性被破坏。解决这一难题的关键是寻求恰当的土压力计算方式。

3 对规范的建议

3.1 《现行规范》应补充的内容

可靠性设计统一标准是指导设计规范编制的标准。我国现行的 GB 50153 - 2008《工程结构可靠性设计统一标准》中,分别给出了基本变量独立时可靠指标和分项系数的算法,但未给出变量不独立的算法<sup>[4-5]</sup>,应补充考虑相关性后的计算公式,并明确各种算法的适用条件。

GB 50153 - 2008《工程结构可靠性设计统一标准》中,可靠指标与分项系数计算方法不能建立明确的对应关系,建议补充“一般分离法”。GB 50153 - 2008《工程结构可靠性设计统一标准》和 Q/CR 9007 - 2014《铁路工程结构可靠性设计统一标准》中提供的公式,更适合简单工况,建议增加或完善蒙特卡罗法。

3.2 目标可靠指标和分项系数在规范中的作用

结构设计规范是用来指导工程技术人员进行设计的。目标可靠指标反映了所设计结构可靠性的程度,与结构功能失效概率有一定的联系,但又不能等同于实际失效的概率。由于极限状态方程舍去了一些无法准确纳入计算的安全项,随机变量的统计特征不准确,底层变量有可能已含安全系数,因此,可靠指标仅仅与一定条件下功能函数的失效概率对应,可靠指标的作用更适合用于分析可靠性或给人一个安全等级的概念。建议结构设计规范的条文说明中,应说明目标可靠指标的意义和作用。不同的设计状况,功能函数所需要的安全储备不同,目标可靠指标应合理分级。

分项系数直接反映在设计式中,结构设计规范应详细给出不同设计状况下分项系数的取值。由于分项系数与目标可靠指标有对应关系,因此在条文说明中,

应给出分项系数的确定条件。

4 设计方法的选择

4.1 采用分项系数和采用可靠指标进行设计的对比

两种方法的设计过程对比如图 2 所示,设计特点的对比如表 2 所示。

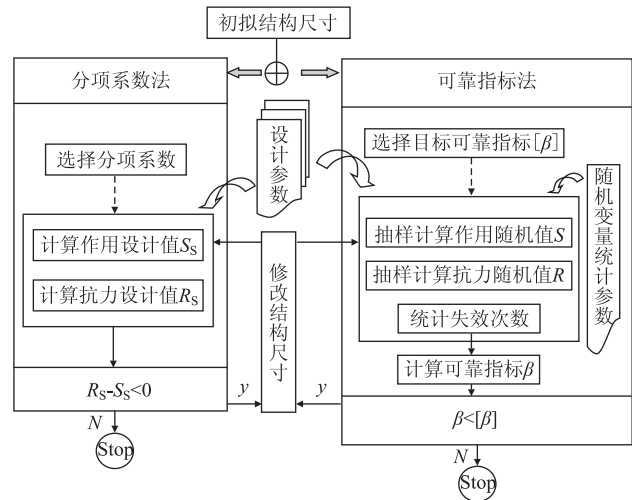


图 2 分项系数和可靠指标法的设计流程对比

表 2 分项系数法和可靠指标法的设计特点对比

采用含分项系数的极限状态设计式进行设计	采用目标可靠指标进行设计
能保证普遍情况下的安全和经济	能兼顾安全和经济
适合常规设计	适合特殊设计
需要准确选择分项系数	需要明确的可靠指标和关键性随机变量的统计特征
设计过程简单	设计过程复杂

5 结论

本文通过对可靠指标与分项系数的关系分析,可得出如下结论:

- (1) 分项系数与可靠指标正相关应满足一定条件。
- (2) 可靠性设计统一标准中的部分公式应补充完善,才能消除可靠指标和分项系数计算由于相关性带来的误差,计算公式应给出适用条件。
- (3) 设计规范可给出目标可靠指标,应给出分项系数,对不同的设计状态和安全预期,可靠指标应分级,对应的分项系数体系应有所区别。
- (4) 在实际工程设计中,建议常规设计采用分项系数设计方法,在设计参数的统计特征较完备的条件下,采用可靠指标进行设计。

(下转第 29 页)

(3)本文方法适用于土质路基荷载下饱和中 - 低压缩性土地基的沉降趋势分析,可用于确定合理的路基填筑速率,避免盲目开展路基施工。还可用于判断地基沉降稳定趋势及工后沉降量,指导高速铁路铺轨时间的合理确定。

(4)在海外高速铁路路基工程设计中,业主、咨询单位十分重视地基沉降趋势分析,在初步设计即要求勘察设计单位给出相关沉降趋势分析方法。本文计算理论已在伊朗德伊高速铁路初步设计中推广应用,并获得意大利 ITALFERR 咨询公司高度认可,积累了海外工程设计经验。

参考文献:

[1] 蒋关鲁,胡润忠,李安洪. 离心模型试验预测中等压缩性土地基沉降的可行性[J]. 交通运输工程学报, 2011, 11(6): 17 - 23.  
JIANG Guanlu, HU Runzhong, LI Anhong. Feasibility of Predicting Settlement of Medium Compression Soil Foundation with Centrifuge Model Tests [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2011, 11(6): 17 - 23.

[2] Davison L R, Atkinson J H. Continuous loading oedometer testing of soils [J]. Quarterly Journal of Engineering Geology, 1990, 23: 347 - 355.

[3] Hanna D, Sivakugan N, Lovisia J. Simple Approach to Consolidation due to Constant Rate Loading in Clays [J]. International Journal of Geomechanics, 2013, 13(2): 193 - 196.

[4] Landva A O, Valsangkar A J, Pelkey S G. Lateral Earth Pressure at Rest and Compressibility of Municipal Solid Waste [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2000, 37: 1157 - 1165.

[5] 陈伟志, 蒋关鲁. 土质路基荷载下地基沉降的修正计算方法

[J]. 水文地质工程地质, 2013, 40(4): 56 - 62.

CHEN Wweizhi, JIANG Guanlu. Correctional Settlement Calculation Method of Foundation under the Soil Subgrade Load [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2013, 40(4): 56 - 62.

[6] Chang C S, Duncan J M. Consolidation Analysis for Partly Saturated Clay by Using an elastic Plastic Effective Stress - stating Model [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1983, 7:39 - 55.

[7] Terzaghi K, Peck R B. Soil Mechanics in Engineering Practice [M]. New York:Wiley,1967.

[8] Lambe T W, Whitman R V. Soil Mechanics [M]. SI Version. New York: John Wiley and Sons, 1979.

[9] 中铁二院工程集团有限责任公司. 客运专线中等压缩性土地基沉降特性及处理技术研究总报告[R]. 成都:中铁二院工程集团有限责任公司,2010.  
China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd. General Report of Subgrade Settlement Characteristics and Processing Technology of Medium Compression Soil of Passenger Dedicated Line [R]. Chengdu: China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., 2010.

[10] TB 10018 - 2003 铁路工程地质原位测试规程[S].  
TB 10018 - 2003 Code for In-situ Measurement of Railway Engineering Geology[S].

[11] 陈伟志, 蒋关鲁,王智猛,等. 分级连续加载条件下原状膨胀土固结变形研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(3): 710 - 716.  
CHEN Weizhi, JIANG Guanlu, WANG Zhimeng, et al. Study of Consolidation Deformation of Undisturbed Expansive Soil under Stage Continuous Loading Conditions [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(3): 710 - 716.

(编辑:苏玲梅 白雪)

(上接第 9 页)

参考文献:

[1] 贡金鑫,魏巍巍. 工程结构可靠性设计原理[M]. 北京:机械工业出版社, 2012.  
GONG Jinxin, WEI Weiwei. Principles of Reliability Design for Engineering Structures [M]. Beijing: China Machine Press, 2012.

[2] 顾宝和,毛尚之,李镜培. 岩土工程设计安全度[M]. 北京:中国计划出版社,2009.  
GU Baohe, MAO Shangzhi, LI Jingpei. Safety Degree of Geotechnical Engineering Design [M]. Beijing: China Planning Press, 2009.

[3] 罗一农,刘昌清,魏永幸. 支挡结构的可靠指标与分项系数关系

研究[J]. 铁道工程学报,2014,31(7):38 - 42.

LUO Yinong, LIU Changqing, WEI Yongxing. Research on Relationship between Reliability Index of Retaining Structure and Partial Coefficient [J]. Journal of Railway Engineering Society,2014, 31(7): 38 - 42.

[4] GB 50153 - 2008 工程结构可靠性设计统一标准[S].  
GB 50153 - 2008 Unified Standard for Reliability Design of Engineering Structures[S].

[5] Q/CR 9007 - 2014 铁路工程结构可靠性设计统一标准[S].  
Q/CR 9007 - 2014 Unified Standard for Reliability Design of Railway Engineering[S].

(编辑:苏玲梅 白雪)