

文章编号: 1674—8247(2018)03—0023—05

GSM-R 加权最小二乘干扰源定位方法及性能分析

熊 洁¹ 何平川¹ 石 玉²

(1. 中铁二院工程集团有限责任公司, 成都 610031; 2. 成都兴仁科技有限公司, 成都 610041)

摘 要:针对铁路 GSM-R 移动通讯系统中干扰源测向定位精度不高导致排查确认工作效率较低的问题,提出了一种基于多次观测量的加权最小二乘测向定位方法,无需增加观测站数量即可有效提高干扰源的定位精度。文章推导了测向定位方程组的迭代求解方法,分析了测角精度的理论下界,进而得到了各次观测量的加权值,并基于加权最小二乘的原理对干扰源位置进行融合估计,最后通过 Monte-Carlo 仿真验证了该方法对 GSM-R 干扰源测向定位的有效性。

关键词:GSM-R; 干扰源; 定位; 加权最小二乘

中图分类号:U285.4⁺1 **文献标志码:**A

Locating Method and Performance Analysis of GSM-R Interference Source Based on Weighted Least Squares

XIONG Jie¹ HE Pingchuan¹ SHI Yu²

(1. China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., Chengdu 610031, China;

2. Chengdu Xingren Science and Technology Co., Ltd., Chengdu 610041, China)

Abstract: Aiming at the problem that the low positioning accuracy of interference source in railway GSM-R mobile communication system results in low efficiency of checking and confirmation, the method of weighted least-squares direction finding based on multiple observations is proposed. Without additional observation stations, the method can effectively improve the positioning accuracy of interference sources. In this paper, the iterative method to solve the equations of finding and locating direction is derived, the theoretical lower bound of the angle measurement accuracy is analyzed, and then the weighted values of each observation is obtained, fusion estimation of the location of interference sources is based on the principle of weighted least squares. Finally, the effectiveness of the proposed method for the finding and location of the GSM-R interference sources is verified by Monte-Carlo simulation.

Key words: GSM-R; interference source; location; weighted least squares

GSM-R 是目前我国铁路运输系统统一采用的通信网络载体^[1]。对于 GSM-R 通信网络而言,干扰是影响其正常通信的重要因素,其本质是非法干扰占用了合法信号的频率,导致合法信号接收质量下降、损害或者阻碍的状态和事实。由于铁路通信网络服务覆盖区

域的带状特征,GSM-R 无法避免的会面临各式的干扰。因此,如何实现干扰源的高精度定位,进而完成干扰的测定和排除就成为当前铁路通信环节的重要职责^[2]。

通常,利用测向交会的方法可实现干扰源的定

收稿日期:2018-02-28

作者简介:熊洁(1974-),男,高级工程师。

引文格式:熊洁,何平川,石玉. GSM-R 加权最小二乘干扰源定位方法及性能分析[J]. 高速铁路技术,2018,9(3):23-27.

XIONG Jie, HE Pingchuan, SHI Yu. Locating Method and Performance Analysis of GSM-R Interference Source Based on Weighted Least Squares [J]. High Speed Railway Technology, 2018, 9(3): 23-27.

位^[3],但由于受信号信噪比、观测站间距离等因素的影响,定位精度不高,误差范围较大。因此,即使通过测向定位获取干扰源位置后,往往还需要工作人员在较大范围内进行排查确认,效率较低。其中,观测站间的距离与测向天线的位置有关:对于固定站,显然其基线长度无法改变;而对于移动站,也易受地形地物的限制,难以选择最佳的观测点^[4]。因此,如何在定位条件不变的情况下,通过多次观测数据进行融合估计,充分发挥测向定位体制的能力,实现干扰源的精确定位,进而大幅降低排查范围、提高效率,是 GSM-R 干扰监测急需解决的重要难题。

本文通过推导测向定位方程组的迭代求解方法,分析测角精度的理论下届,获取多次测角误差协方差的倒数作为加权值,再基于加权最小二乘的思想,对干扰源的位置进行融合估计,提高了干扰源的定位精度,并通过仿真比较了融合定位与单次定位的精度情况,结果表明融合定位较单次定位能够大幅提高定位精度,从而验证了本文提出的加权最小二乘测向融合定位算法的有效性。

1 测向定位原理

24

1.1 定位原理

双站测向交会的定位场景如图1所示,假设目标坐标位于 $x = [x, y]^T$, $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2]^T$ 为由2个方位角观测值构成的方位角序列,第 i 个方位角对应的观测站坐标为 $x_i = [x_i, y_i]^T$, $i = 1, 2$ 。

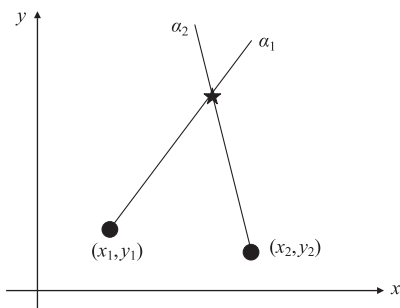


图1 测向定位原理图

根据几何关系,易得双站测向交会定位方程组为:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \arctan \frac{y - y_1}{x - x_1} \\ \alpha_2 = \arctan \frac{y - y_2}{x - x_2} \end{cases} \quad (1)$$

其中, α_1, α_2 分别由观测站1和观测站2对多元天线阵列接收的信号,利用干涉仪测向^[5]或者空间谱估计^[6]的方法估计得到。显然,求解上述方程便可得到

干扰源的位置。

1.2 单次定位算法

通常,可利用牛顿迭代法进行定位方程组求解^[7]。假设干扰源位置矢量为 $r = [x, y]^T$, 单次观测方程为 $H(r) = [\alpha_1(r), \alpha_2(r)]^T$, 其中 $\alpha_i(r)$, $i = 1, 2$ 表示两个观测站 (x_i, y_i) , $i = 1, 2$ 的方位角方程 $\alpha_i = \arctan \frac{y - y_i}{x - x_i}$ 。将 $H(r)$ 在 r_0 附近展开,可得:

$$H - H_0 = \left. \frac{dH}{dr} \right|_{r_0} (r - r_0) \quad (2)$$

其中, $H_0 = H(r_0)$, 即:

$$G(r) = \frac{dH}{dr} = \begin{bmatrix} \frac{d[\alpha_1(r)]}{dr} & \frac{d[\alpha_2(r)]}{dr} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\frac{\sin^2 \alpha_1}{y - y_1} & \frac{\cos^2 \alpha_1}{x - x_1} \\ -\frac{\sin^2 \alpha_2}{y - y_2} & \frac{\cos^2 \alpha_2}{x - x_2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

可得经过线性化后的线性定位方程组为:

$$dH = G(r) dr \quad (4)$$

至此,结合伪逆法,通过牛顿迭代便可得到 r 的单次估计:

$$r_{n+1} = r_n + (G^T G)^{-1} G^T dH \quad (5)$$

2 基于加权最小二乘的测向融合定位原理

2.1 加权最小二乘估计原理

假设被估计矢量 θ 是 M 维的,线性观测方程为:

$$z_k = H_k \theta + n_k, k = 1, 2, \dots, L \quad (6)$$

其中,第 k 次观测矢量 z_k 与同次的观测噪声 n_k 同维,但每个 z_k 的维数不一定是相同的,其维数分别记为 N_k ;第 k 次观测矩阵 H_k 为 $N_k \times M$ 矩阵。 z_k 的每个分量是 θ 的各分量的线性组合加观测噪声。

线性观测方程可以写成矩阵形式:

$$z = H\theta + n \quad (7)$$

其中, $z = [z_1, z_2, \dots, z_L]^T$, $H = [H_1, H_2, \dots, H_L]^T$, $n = [n_1, n_2, \dots, n_L]^T$ 。

线性最小二乘估计的信号模型为 $s(\theta) = H\theta$, 构造估计量 $\hat{\theta}$ 使代价函数:

$$J(\hat{\theta}) = (z - H\hat{\theta})^T (z - H\hat{\theta}) \quad (8)$$

达到最小。 $J(\hat{\theta})$ 通常称为最小二乘估计误差。

在矢量估计的情况下,根据估计量的构造规则,要求 $J(\hat{\theta})$ 达到最小,令

$$\left. \frac{\partial J(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} \right|_{\hat{\theta} = \hat{\theta}_{LSG}} = 0 \quad (9)$$

其解 $\hat{\theta}_{LS}$ 就是所要得到的估计量。

$$\frac{\partial J(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} = \frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} [(z - H\hat{\theta})^T (z - H\hat{\theta})] \\ = -2H^T (z - H\hat{\theta}) \quad (10)$$

得: $\hat{\theta}_{LS} = (H^T H)^{-1} H^T z$ 。

因为

$$\frac{\partial^2 J(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}^2} = 2H^T H \quad (11)$$

是非负定矩阵,故 $\hat{\theta}_{LS}$ 是使 $J(\hat{\theta})$ 为最小的估计量。此时,最小二乘估计误差为:

$$J_{\min}(\hat{\theta}_{LS}) = z^T [I - H(H^T H)^{-1} H^T] z \quad (12)$$

如果各次观测噪声强度是不一样的,所得到的各次观测测量的精度也是不同的,因此同等对待各次观测量是不合理的。可以将观测量乘以与本次观测噪声强度成反比的权值后构造估计量,这就是加权线性最小二乘估计。

假定观测噪声矢量 n 的均值矢量和协方差矩阵分别为:

$$E(n) = 0, E(n^T n) = C_n \quad (13)$$

加权线性最小二乘的代价函数:

$$J_w(\hat{\theta}) = (z - H\hat{\theta})^T W (z - H\hat{\theta}) \quad (14)$$

达到最小。此时的 $\hat{\theta}$ 成为加权线性最小二乘估计,记为 $\hat{\theta}_{WLS}(z)$,简记为 $\hat{\theta}_{WLS}$ 。其中 W 为加权矩阵,是一个 $N \times N$ 的正定矩阵。当 $W = I$ 时,就退化为线性最小二乘估计。

将 $J_w(\hat{\theta})$ 对 $\hat{\theta}$ 求偏导,并令结果等于零,得

$$\frac{\partial J_w(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} = -2H^T W (z - H\hat{\theta}) \big|_{\hat{\theta}=\hat{\theta}_{WLS}} = 0 \quad (15)$$

解得加权线性最小二乘估计量为:

$$\hat{\theta}_{WLS} = (H^T W H)^{-1} H^T W z \quad (16)$$

2.2 测角精度分析

由前所述可知,要利用加权最小二乘实现干扰源位置的融合估计,还需得到每次观测量,即方位角的估计误差协方差,下面以干涉仪测向为例,对其进行分析:

干涉仪是通过鉴相器计算多个天线所接收的信号之间的相位差来 ϕ 获取辐射源方位角 α 的:

$$\alpha = \arcsin \frac{\lambda \phi}{2\pi d} = \arcsin \frac{c\phi}{2\pi f d} \quad (17)$$

式中: ϕ ——天线阵元间的相位差;

d ——天线单元间的距离;

λ ——入射波的波长, $\lambda = c/f$ (c 为光速; f 为辐射信号的中心频率)。

对波达方向 α 的公式两边取全微分:

$$d\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial \alpha}{\partial d} dd \\ = \frac{\lambda}{2\pi d \cos \alpha} d\phi + \frac{\tan \alpha}{\lambda} d\lambda - \frac{\tan \alpha}{d} dd \quad (18)$$

$$d\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial \alpha}{\partial f} df + \frac{\partial \alpha}{\partial d} dd \\ = \frac{c}{2\pi f d \cos \alpha} d\phi - \frac{\tan \alpha}{f} df - \frac{\tan \alpha}{d} dd \quad (19)$$

由于相位差、天线单元间距离和信号波长的误差之间两两不相关,可得波达方向测量精度的理论计算公式如下:

$$\sigma_\alpha^2 = \left(\frac{\lambda}{2\pi d \cos \alpha} \right)^2 \sigma_\phi^2 + \left(\frac{\tan \alpha}{\lambda} \right)^2 \sigma_\lambda^2 + \left(\frac{\tan \alpha}{d} \right)^2 \sigma_d^2 \\ = \left(\frac{c}{2\pi f d \cos \alpha} \right)^2 \sigma_\phi^2 + \left(\frac{\tan \alpha}{f} \right)^2 \sigma_f^2 + \left(\frac{\tan \alpha}{d} \right)^2 \sigma_d^2 \quad (20)$$

式中: σ_α ——波达方向的标准偏差;

σ_ϕ ——测量相位差的标准偏差;

σ_λ, σ_f ——分别为测量电磁波波长与频率的标准偏差;

σ_d ——天线阵列基线长度的标准偏差。

一般而言,电磁波波长(或频率)和基线长度都能精确测定,所以在式中主要的误差来源是等号右边的第一项。因此,忽略 σ_λ 与 σ_d ,可得干涉仪测向误差:

$$\sigma_\alpha = \frac{\lambda}{2\pi d \cos \alpha} \sigma_\phi \quad (21)$$

可见,干涉仪测向的精度主要取决于相位差的测量精度。假设阵列天线中通过相关提取相位差的两阵元信号的其中一路为:

$$s_1(t) = A \cos[2\pi f_0 t + \varphi_0] + w_1(t) \quad (22)$$

式中: A ——信号幅度;

f_0 ——信号频率;

φ_0 ——信号相位;

$w_1(t)$ ——均值为0,方差为 σ^2 的高斯白噪声。

另一路信号为:

$$s_2(t) = s_1(t - \tau) + w_2(t) \\ = A \cos[2\pi f_0(t - \tau) + \varphi_0] + w_2(t) \\ = A \cos[2\pi f_0 t + \phi + \varphi_0] + w_2(t) \quad (23)$$

其中,相位差 $\phi = -2\pi f_0 \tau = -2\pi f_0 \frac{d \sin \alpha}{c}$ 。

根据两路信号相位估计的理论 Cramer-Rao 下界^[8],可得:

$$\sigma_\phi^2 = \frac{2\sigma^2}{NA^2} = \frac{1}{N \cdot SNR} \quad (24)$$

式中: σ ——噪声功率;

A ——信号幅度;

N ——信号样点数;

SNR——信号的信噪比。由于:

$$\hat{\phi} = \hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_2 \quad (25)$$

则:

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 = \sigma_{\hat{\phi}_1}^2 + \sigma_{\hat{\phi}_2}^2 = \frac{2}{N \cdot \text{SNR}} \quad (26)$$

$$\sigma_{\hat{\phi}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{N \cdot \text{SNR}}} \quad (27)$$

代入式(21)可得干涉仪测向误差公式为:

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\lambda}{\pi d \cos \alpha \sqrt{2N \cdot \text{SNR}}} \quad (28)$$

2.3 基于加权最小二乘的测向融合定位方法

假设一共进行了 N 次观测,第 k 次的观测矢量为 z_k ,为 2 个方位角的观测值 $[\alpha_1, \alpha_2]^T$,一共得到 N 组观测矢量 $z = [z_1, z_2, \dots, z_N]^T$ 。由加权最小二乘估计理论可知,取观测值的测量误差的协方差的倒数为其权值时估计效能最好;根据式(28)可以计算出每组观测值的理论测量误差 $\sigma_k = \text{diag}(\sigma_{k1}, \sigma_{k2})$ (其中,式(28)中的方位角 α 用 N 次观测值的均值代替,此外还需对接收信号的信噪比进行测量,目前已有许多成熟方法^[9],这里不再赘述),则 N 次观测测量误差协方差倒数组成的加权系数矩阵 W 为 $\text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_1^2}, \frac{1}{\sigma_2^2}, \dots, \frac{1}{\sigma_N^2}\right)$,其为 $2N \times 2N$ 的正定矩阵,将其代入式(16),结合式(5)所示的测向定位的牛顿迭代方程,便可得到基于加权最小二乘的测向融合定位迭代方程:

$$r_{k+1} = r_k + [G^T W G]^{-1} G^T W d r \quad (29)$$

需注意,此时 G 是 N 个时刻的观测方程关于其对应的方位角观测值的 Jacobi 矩阵,为 $2N \times 2$ 的矩阵。

综上所述,基于加权最小二乘的测向融合定位方法的步骤为:

(1) 基于两个观测站,对同一干扰信号进行 N 次的方位角测量,并对用于进行方位测量的数据样本的信噪比进行估计。

(2) 分别针对两个观测站的观测结果,取 N 次方位角观测值的均值代替真实方位角,代入式(28),同时结合每组数据的信噪比估计结果、干扰信号的载波频率、用于估计方位角的数据样本长度,按照式(28)估算每次方位角观测值的测量误差,组成加权系数矩阵 W 。

(3) 给定初始位置 r_0 (可利用单次测向定位的结果),按照式(29)进行迭代求解,获取干扰源位置的融合估计。

3 仿真分析

以两观测站连线中点为坐标原点,连线方向为 y 轴,连线的法线方向为 x 轴,假设基线长度为 5 km,则两观测站的坐标分别为 $(0, -2.5 \text{ km})$ 和 $(0, 2.5 \text{ km})$,假设天线单元间的距离为 0.15 m。假设干扰信号载波频率为 932 MHz,且每次用于测角的信号样点数则相同,均为 100 个样点,分别考虑目标位于干扰源位置坐标为 $(3.5 \text{ km}, 4 \text{ km})$ 和 $(-10 \text{ km}, 0 \text{ km})$ 两种情况。首先进行 500 次的 Monte-Carlo 单次定位仿真:考虑到电磁环境等因素的影响,分别以 5 dB 和 8 dB 为均值,2 dB 为标准差,随机生成两观测站在 500 个观测时刻接收信号的信噪比,由式(28)可得每个观测时刻两方位角的估计误差标准差,再以真实方位角为均值,随机生成 500 组观测值,分别进行单次定位;然后,以 500 个观测时刻的测角误差协方差的倒数构成加权系数矩阵 W ,结合式(29)所示的基于加权最小二乘的测向融合定位迭代方程,进行干扰源位置的融合估计,仿真结果如图 2 所示。

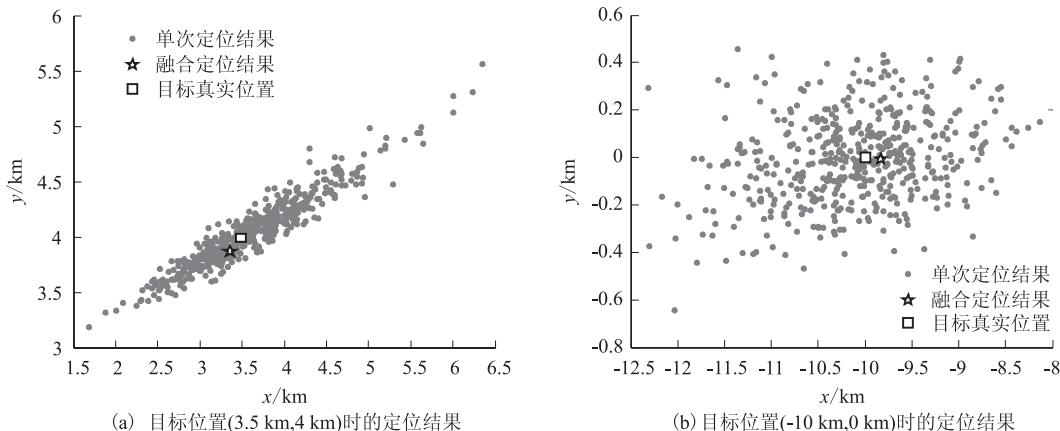


图2 融合定位与单次定位结果对比图

由图2可知,单次定位的误差抖动较大,覆盖区域较广。图(a)中单次定位误差最大为3.24 km,而融合定位的定位误差仅为181.69 m;图(b)中单次定位误差最大为2.34 km,而融合估计后定位误差仅为166.75 m。可见,基于加权最小二乘的测向融合定位较单次定位结果精度更高,可靠性更好,可大幅缩短排查确认的时间,有利于干扰源的快速排除。

4 结论

本文针对 GSM-R 的干扰源定位问题,通过推导测向定位方程组的迭代求解方法,分析测角精度的理论下界,给出了基于加权最小二乘的测向融合定位方法,并通过 Monte-Carlo 仿真表明该定位方法能够大幅提高单次测向定位的精度,进而缩小最终排查确认的区域,对于提高 GSM-R 的干扰监测工作的效率具有十分积极的意义。

参考文献:

- [1] 邱兵. GSM-R 干扰的分析与测定[J]. 网络安全技术与应用, 2015,15(1): 17-19.
QIU Bing. Analysis and Measurement of GSM-R Interference [J]. Network Security Technology and Application, 2015, 15(1): 17-19.
- [2] 曾祥兵,高建平. GSM-R 网络干扰监测及分析[J]. 铁路技术创新, 2011,10(6): 39-42.
ZENG Xiangbing, GAO Jianping. Monitoring and Analysis of Interference in GSM-R Network [J]. Railway Technical Innovation, 2011, 10(6): 39-42.
- [3] 赵武元,郭进,袁友茂. GSM-R 无线电干扰测向定位技术[J]. 铁路技术创新, 2011,10(6): 43-46.
ZHAO Wuyuan, GUO Jin, YUAN Youmao. GSM-R Radio Interference Direction Finding and Positioning Technology [J]. Railway Technical Innovation, 2011, 10(6): 43-46.
- [4] 何平川,石玉,尉旭波. GSM-R 干扰源时差定位方法及其性能分析[J]. 高速铁路技术, 2017,3(8): 24-27.
HE Pingchuan, SHI Yu, WEI Xubo. Time Difference Location Method and Performance Analysis of GSM-R Interference Source [J]. High Speed Railway Technology, 2017, 3(8): 24-27.
- [5] 龚军涛,黄光明,高由兵. 一种改进的相关干涉仪测向算法[J]. 电子信息对抗技术, 2016,31(1): 4-7.
GONG Juntao, HUANG Guangming, GAO Youbing. An Improved Algorithm of Direction Finding Using Correlative Interferometer [J]. Electronic Information Warfare Technology, 2016, 31(1): 4-7.
- [6] Stoica P, Arye N. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 37(5): 720-741.
- [7] 邓永和. 基于牛顿迭代法建立直线与线路交点坐标的统一模型[J]. 铁道勘察, 2006,32(1): 11-13.
DENG Yonghe. A Unified Mode of the Intersection Point Coordinate with the Straight Line and Railway Route Based on Newton's Iterative Method [J]. Railway Investigation, and Surveying, 2006, 32(1): 11-13.
- [8] 吕宗申,于宏毅,沈彩耀. 低信噪比信号时变相位差的估计性能分析[J]. 计算机工程, 2012,38(17): 70-72.
LV Zongshen, YU Hongyi, SHEN Caiyao. Estimation Performance Analysis of Time-varying Phase Difference with Low SNR Signal [J]. Computer Engineering, 2012, 38(17): 70-72.
- [9] 张金成,彭华,赵国庆. 信噪比估计算法研究[J]. 信息工程大学学报, 2011,12(5): 535-543.
ZHANG Jincheng, PENG Hua, ZHAO Guoqing. Research on SNR Estimation Algorithms [J]. Journal of Information Engineering University, 2011, 12(5): 535-543.

(编辑:车晓娟 苏玲梅)