

文章编号: 1674—8247(2018)04—0001—04

基于非线性整数规划的轨道板最优配置研究

刘大园 庞玲 姚力

(中铁二院工程集团有限责任公司, 成都 610031)

摘要:根据板式无砟轨道中轨道板配置的特点,为减少特殊轨道结构类型并保持最优轨道结构设计参数,达到在设计、施工及运维全寿命周期中技术经济最优的目标,文章建立了基于非线性整数规划的数学模型,借助计算机软件辅助分析,更快、更合理的配置轨道板的铺设方案。通过分析,发现非线性整数规划可有效的解决无砟轨道轨道板的优化配置问题,使得板式无砟轨道在设计中达到合理的资源配置,提高轨道板配置方案的科学性和合理性,具有较重要的应用价值。

关键词:无砟轨道;轨道板;整数规划

中图分类号:U215.5⁺7 **文献标志码:**A

Research on Optimal Allocation of Track Slab Based on Nonlinear Integer Programming

LIU Dayuan PANG Ling YAO Li

(China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., Chengdu 610031, China)

Abstract: According to the characteristics of slab allocation of ballastless track, a mathematical model based on the Nonlinear Integer Programming is established in the paper, in order to reduce the types of track components and make the track design parameters optimized, and achieve the goal of optimization of technology and economy throughout the life cycle of design, construction and maintenance. The method makes the laying of track slab faster and more reasonable by computer software assisted analysis. The research is valuable for engineering applications and shows us that the method of Nonlinear Integer Programming has solved the problem of the optimized laying of track slab efficiently, made the resources used more efficiently in the design of slab track, and made the laying of track slab more scientific and more reasonable.

Key words: ballastless track; track slab; integer programming

无砟轨道最早从20世纪60年代开始在德国、日本、英国等国铁路上开始应用。目前,无砟轨道结构形式分成现浇和预制两种。现浇无砟轨道主要有德国的Rheda、Züblin型无砟轨道,中国的CRTS I型双块式无砟轨道及弹性支承块无砟轨道;预制无砟轨道主要有日本的板式轨道,德国的Bögl板式轨道,中国的CRTS I型、CRTS II型及CRTS III型板式轨道^[1-2]。板式无砟轨道是用混凝土轨道板及乳化沥青水泥砂浆或自密实混凝土等替换传统有砟轨道的轨枕和道砟的一种轨道形式,一般由钢轨、扣件、轨道板、CA砂浆垫层

(或自密实混凝土及隔离层)、板下混凝土底座等几部分组成。随着中国高速铁路的发展,无砟轨道的应用日趋成熟和扩大。板式无砟轨道是铁路行业无砟轨道中的重要组成部分,由于轨道板为工厂预制件,通常有预应力轨道板和非预应力轨道板两类,具有预制件的显著优势:(1)工厂内预制,机械化生产工艺及良好的混凝土养护措施,保证了每块轨道板的制造质量及精度控制;(2)整体预制的轨道板结构可减少轨枕与轨道板之间新老混凝土结合面,改善轨道板的受力状态,避免出现应力集中;(3)可有效保证轨道结构几何形

收稿日期:2018-01-05

作者简介:刘大园(1981-),男,高级工程师。

引文格式:刘大园,庞玲,姚力. 基于非线性整数规划的轨道板最优配置研究[J]. 高速铁路技术,2018,9(4):1-4.

LIU Dayuan, PANG Ling, YAO Li. Research on Optimal Allocation of Track Slab Based on Nonlinear Integer Programming[J]. High Speed Railway Technology, 2018, 9(4): 1-4.

态,降低现场施工难度等。因此,在以后的无砟轨道建设中,板式轨道的应用将得到更大的推广。

板式无砟轨道以轨道板为单元进行铺设,因此,在设计阶段需对不同轨道区段范围内的轨道板布置进行配置,力争得到合理的配置方案,以减少特殊轨道结构类型并保持最优的轨道结构设计参数,在设计、施工、运维全寿命周期中达到技术经济最优的目标。

1 基于整数规划的轨道板配置模型

本文以 CRTS III 型板式无砟轨道结构为例进行轨道板最优配置问题的分析,所有常数及变量均以符号替代。CRTS III 型板式无砟轨道^[3-5]由钢轨、扣件、轨道板、自密实混凝土层、隔离层及底座组成,如图 1 所示。CRTS III 型板式无砟轨道主要的板型为 P1 (简称“主板”,长度为 L_1),辅助板型为 P2 (长度为 L_2) 及 P3 (长度为 L_3),标准板缝宽度 d 为 100 mm,在标准板缝无法满足轨道板配置的情况下,可以在 80 ~ 110 mm 之间调整。轨道板的配置示意图,如图 2 所示。

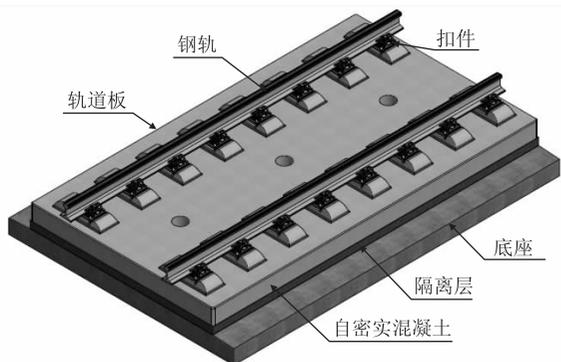


图 1 CRTS III 型板式无砟轨道组成示意图

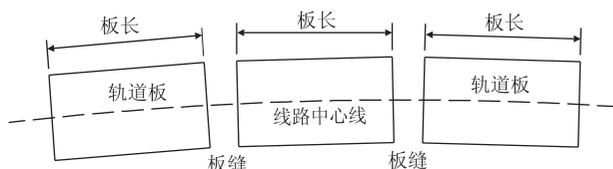


图 2 轨道板配置示意图

轨道板布置的总原则为尽量采用主要板型轨道板及标准板缝进行配置。在只采用主板板型且调整板缝仍无法配置的情况下,可采用辅助板型并结合板缝调整进行配置,若仍然无法得到配置方案,则采用特殊板。从上述原则可以看出,轨道板的布置是一个组合问题,对同一段线路区段,可以有多种不同的轨道板布置方案。因此,轨道设计的目的是得到最优的轨道板及板缝的组合方式,以减少轨道结构部件的类型和现场施工的复杂度,是一个组合最优化问题。

在数学理论中,最优化理论是运筹学的一个重要分支,所研究的问题就是如何在众多可选方案中找出最优的可行方案,为解决经济、管理、工程应用中这类最优化配置问题提供理论基础和求解的方法。最优化理论是随着电子计算机的日益发展逐渐兴盛起来的,它需要电子计算机硬件水平的支撑,发展四十多年来,已出现并形成了线性规划、非线性规划、整数规划、非线性整数规划、多目标规划、动态规划等多个相应的理论和算法分支。由于轨道板长度及轨道板的数量均为整数,因此可以将轨道板配置抽象为整数规划的数学模型,通过求解其最优解得到最优的轨道板布置方案。

要求一部分或全部决策变量必须取整数值的规划问题称为整数规划 (Integer Programming, 简称 IP)^[6-7]。整数规划数学模型的一般形式如下:

$$\text{MAX(或 MIN)} z = \sum_{j=1}^n C_j x_j \quad (1)$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^n C_j x_j \leq (=, \geq) b_i, i = 1, 2, \dots, m \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \\ x_1, x_2, \dots, x_n \text{ 中部分或全部为整数} \end{cases} \quad (2)$$

对于一段板式轨道结构,其配板流程如图 3 所示,详细的配置过程可以分解为 4 个步骤:

(1)首先采用主板 P1 和标准板缝 ($d = 100 \text{ mm}$) 进行轨道板配置,若无法得到配置方案,则对板缝 d 进行调整,板缝调整范围为 80 ~ 110 mm,目标是尽可能多的采用主板 P1 及标准板缝,如有解,则停止计算,否则进入下一步计算。

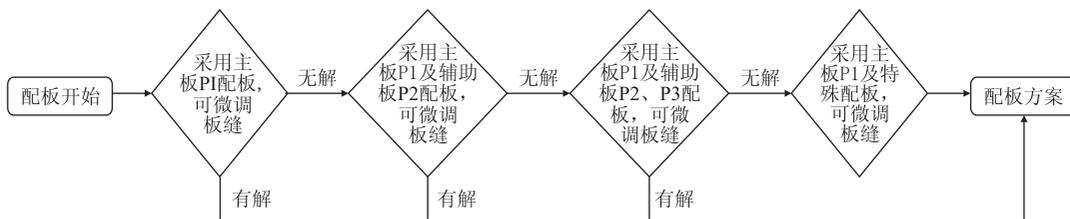


图 3 轨道板配置流程图

以 $L1$ 表示主板的长度, $x1$ 表示主板 P1 的块数, $n1$ 表示 100 mm 标准板缝的个数, $d1$ 表示调整的板缝宽度, L 表示待配板轨道区段的线路长度。由于需尽可能多的采用 100 mm 标准板缝, 所以可将 $n1$ 作为目标取其最大值, 目标函数为 $MAX = n1$, 加上约束条件后, 第(1)步的整数规划模型如下:

$$\begin{aligned} & MAX = n1 & (3) \\ \text{s. t. } & \begin{cases} L1 \times x1 + 100 \times n1 + (x1 - n1) \times d1 = L \\ x1 \geq 0, \text{ 且为整数} \\ 0 \leq n1 \leq x1, \text{ 且为整数} \\ 80 \leq d1 \leq 110, \text{ 且为整数} \end{cases} & (4) \end{aligned}$$

(2)采用主板 P1 与 P2 辅助板组合方案进行配板, 板缝优先采用 100 mm 标准板缝, 目标是主板数量及 100 mm 标准板缝尽可能多, 如有解, 则停止计算, 否则进入下一步计算。

以 $L1$ 表示主板 P1 的长度, $x1$ 表示主板 P1 的块数, $L2$ 表示辅助板 P2 的长度, $x2$ 表示辅助板 P2 的块数, $n1$ 表示采用 100 mm 标准板缝的个数, $d1$ 表示调整的板缝宽度, L 表示待配板轨道区段的线路长度。由于需尽可能多的采用主板 P1 及 100 mm 标准板缝, 目标函数为 $MAX = x1 + n1$, 加上约束条件后, 第(2)步的整数规划模型如下:

$$\begin{aligned} & MAX = x1 + n1 & (5) \\ \text{s. t. } & \begin{cases} L1 \times x1 + L2 \times x2 + 100 \times n1 + \\ (x1 + x2 - n1) \times d1 = L \\ x1, x2 \geq 0, \text{ 且为整数} \\ 0 \leq n1 \leq x1 + x2, \text{ 且为整数} \\ 80 \leq d1 \leq 110, \text{ 且为整数} \end{cases} & (6) \end{aligned}$$

(3)采用主板 P1 与辅助板 P2、P3 组合方案进行配板, 板缝优先采用 100 mm 标准板缝, 目标是主板数量及 100 mm 标准板缝尽可能多, 如有解, 则停止计算, 否则进入下一步计算。

以 $L1$ 表示主板 P1 的长度, $x1$ 表示主板 P1 的块数, $L2$ 表示辅助板 P2 的长度, $x2$ 表示辅助板 P2 的块数, $d1$ 表示辅助板 P3 的长度, $x3$ 表示辅助板 P3 的块数, $n1$ 表示采用 100 mm 标准板缝的个数, $d1$ 表示调整的板缝宽度, L 表示待配板轨道区段的线路长度。按照前述原则, 得到目标函数为 $MAX = x1 + n1$, 第(3)步的整数规划模型如下:

$$\begin{aligned} & MAX = x1 + n1 & (7) \\ \text{s. t. } & \begin{cases} L1 \times x1 + L2 \times x2 + L3 \times x3 + 100 \times n1 + \\ (x1 + x2 + x3 - n1) \times d1 = L \\ x1, x2, x3 \geq 0, \text{ 且为整数} \\ 0 \leq n1 \leq x1 + x2 + x3, \text{ 且为整数} \\ 80 \leq d1 \leq 110, \text{ 且为整数} \end{cases} & (8) \end{aligned}$$

(4)当采用主板 P1、辅助板 P2 及 P3 组合方案仍然无法得到轨道板配置方案时, 可采用主板 P1 与特殊长度的轨道板组合的方案进行布板, 特殊轨道板的长度 Ls 可在 2 000 ~ 7 000 mm 之间选择。

以 $L1$ 表示主板 P1 的长度, $x1$ 表示主板 P1 的块数, Ls 表示特殊板的长度, $n1$ 表示采用 100 mm 标准板缝的个数, $d1$ 表示调整的板缝宽度, L 表示待配板轨道区段的线路长度。

按照前面的原则, 得到第(4)步的整数规划模型如下:

$$\begin{aligned} & MAX = n1 & (9) \\ \text{s. t. } & \begin{cases} L1 \times x1 + 100 \times n1 + (x1 - n1) \times d1 + Ls = L \\ x1 \geq 0, \text{ 且为整数} \\ 0 \leq n1 \leq x1, \text{ 且为整数} \\ 80 \leq d1 \leq 110, \text{ 且为整数} \\ 2\ 000 \leq Ls \leq 7\ 000, \text{ 且为整数} \end{cases} & (10) \end{aligned}$$

通过第(1)步至第(4)步的轨道板配置数学模型可以看出: 由于轨道板与板缝间存在组合问题, 导致约束函数中存在非线性函数, 因此, 轨道板的配置是一个非线性整数规划的资源配置问题。非线性整数规划问题要求变量必须为整数, 其求解方法受到一定限制。对于非线性整数规划问题, 在其可行性域内存在有限个的整数点。因此, 在变量规模较小的情况下可采用穷举法进行搜索, 得到最优解。但当变量规模大时, 该方法计算量巨大, 求解时间长。

分支定界法、动态规划、0-1 枚举法也是求解非线性整数规划的基本方法, 其中比较常用的是分支定界法。分支定界法的基本思路为: (1)先求解原问题的松弛问题最优解; (2)如果这个全局最优解是整数解, 则这个全局最优解就是该问题的最优解, 否则应在全局最优解的基础上进一步求解; (3)进行分支, 任意选择一个非整数解的变量, 在松弛问题中加上约束, 组成两个新的松弛问题; (4)对所有分支问题进行求解, 若某分支的解是整数且目标函数的值大于等于其他分支的目标值, 则其他分支不需要进行计算, 剪去即可。若还存在非整数解且目标值大于整数解的目标值, 则需要继续进行分支, 重复检查求解的步骤, 直到获得最优解^[8-10]。采用分支定界法求解问题的基本流程如图 4 所示。

2 实例应用

为验证上述轨道板配置模型的正确性, 以俄罗斯莫斯科至喀山高速铁路项目中的 CRTS III 型板式无砟

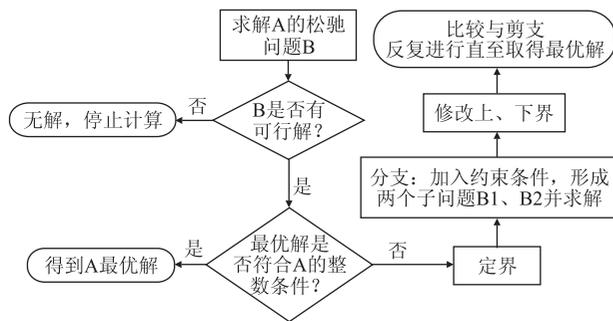


图 4 分支定界法基本流程图

轨道的轨道板设计参数为示例进行方案配置。主板 P1 长 4 636 mm, 辅助板 P2 长 5 184 mm, 辅助板 P3 长 5 210 mm, 标准板缝宽 100 mm, 板缝在 80 ~ 110 mm 之间调整。假设待配板轨道结构区段长分别为 1 648. 126 m、275. 412 m、47. 66 m 及 23. 98 m 4 种情况, 按照上述 4 个步骤进行轨道板的配置, 得到配板方案如表 1 所示。

表 1 轨道板配置方案表

配板方案	线路区段长度			
	1 648. 126 m	275. 412 m	47. 66 m	23. 98 m
主板 P1 (4 636 mm) 块数 x_1 /块	348	47	0	4
辅助板 P2 (5 184 mm) 块数 x_2 /块	0	10	5	0
辅助板 P3 (5 210 mm) 块数 x_3 /块	0	0	4	0
100 mm 标准板缝个数 n_1 /块	347	56	9	4
调整板缝的个数及宽度 d_1 /mm	1/98	1/80	0/-	0/-
特殊轨道板长度 L_s /mm	-	-	-	5 036

上述验证方案表明: 基于非线性整数规划的轨道板模型能得到最优轨道板配置方案。为更加快速地得到不同线路区段的轨道板布置方案并系统应用到轨道设计文件中, 方便提取工程数量、绘制轨道板布置图、并提取更详细的施工参数, 编制了基于上述分析和模型的计算机程序, 已应用于俄罗斯莫斯科 - 喀山高速铁路的 CRTS III 型板式无砟轨道设计中。

3 结论

本文根据板式无砟轨道中轨道板配置的特点, 对铁路轨道设计中的现实问题进行分析, 并建立了基于

非线性整数规划的数学模型, 借助计算机软件辅助分析, 从而更快、更合理的配置轨道板的铺设方案。从模型建立及实例应用中, 发现非线性整数规划可有效解决无砟轨道轨道板的最优化配置问题, 使板式无砟轨道在设计中达到合理的资源配置, 提高了轨道板配置方案的科学性和合理性, 具有重要的应用价值。

参考文献:

- [1] 刘玉祥. 铁路板式无砟轨道结构分析方法的研究[D]. 长沙: 中南大学, 2006.
LIU Yuxiang. Study on the Analysis Method of Railway Track Slab [D]. Changsha: Central South University, 2006.
- [2] TB 10621 - 2014 高速铁路设计规范[S].
TB 10621 - 2014 Code for Design of High Speed Railway [S].
- [3] 曹保, 颜华, 李保友. 成都至都江堰铁路 CRTS III 型板式无砟轨道布板设计[J]. 高速铁路技术, 2011, 2(6): 39 - 43.
CAO Bao, YAN Hua, LI Baoyou. Slab Layout Design for CRTS III Slab Ballastless Track on Chengdu-Dujiangyan Railway [J]. High Speed Railway Technology, 2011, 2(6): 39 - 43.
- [4] 徐浩, 林红松, 颜华, 等. 严寒地区高速铁路无砟轨道结构选型分析[J]. 铁道标准设计, 2017, 61(2): 5 - 9.
XU Hao, LIN Hongsong, YAN Hua, et al. Analysis of Ballastless Track Selection for High-speed Railway in Cold Area [J]. Railway Standard Design, 2017, 61(2): 5 - 9.
- [5] 朱颖, 颜华, 刘辉, 等. 一种无砟轨道构造: 中国, 201020153015. 9 [P], 2010 - 11 - 24.
ZHU Ying, YAN Hua, LIU Hui, et al. A Kind of Ballastless Track Structure: China, 201020153015. 9 [P]. 2010 - 11 - 24.
- [6] Wolsey LA. Integer Programming [M]. Usa: A Wiley-interscience Publication John Wiley & Sons, Inc., 1998
- [7] 钱颂迪. 运筹学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
QIAN Songdi. Operational Research [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.
- [8] 司守奎. 数学建模算法与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.
SI Shoukui. Mathematical Modeling [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015.
- [9] 杜江, 孟香惠, 施保昌, 等. 一种改进的分支定界法算法[J]. 数学杂志, 1998, (S1): 55 - 58.
DU Jiang, MENG Xianghui, SHI Baochang, et al. An Improved Branch and Bound Algorithm [J]. Journal of Mathematics, 1998, (S1): 55 - 58.
- [10] 王粉兰. 非线性整数规划问题的若干新算法 [D]. 上海: 上海大学, 2005.
WANG Fenlan. Some New Algorithms for Nonlinear Integer Programming Problems [D]. Shanghai: Shanghai University, 2005.

(编辑: 苏玲梅 白雪)