

文章编号: 1674—8247(2024)05—0030—05  
DOI:10.12098/j.issn.1674-8247.2024.05.005

## 高速铁路无砟轨道振动相关问题及频域研究方法综述

付 娜 王闵文 陈 果 胡杨梅 杜宸卉 付文靖洋

(成都纺织高等专科学校, 成都 611731)

**摘 要:**本文基于高速铁路运营过程中广泛存在的环境振动、噪声和无砟轨道振动损伤等问题,重点综述无砟轨道振动与相关问题的关联性以及无砟轨道振动频域研究方法,归纳各频域方法的原理和应用,对比分析各频域方法的优势和限制,阐明各频域方法的适用性。结果表明:(1)无砟轨道振动与环境振动、噪声和轨道振动损伤存在空间位置和频域范围两方面关联性;(2)无砟轨道振动对环境振动、噪声以及车轮多边形、钢轨波磨、扣件弹条断裂等振动损伤具有重要作用;(3)无砟轨道振动频域研究方法可大致归纳为基于周期轨道结构理论的频域方法和基于功率流理论的频域方法,两种方法均适用于无砟轨道中高频振动特性及相关问题的研究。

**关键词:**高速铁路;无砟轨道;频域方法;功率流理论;EFEA 法  
**中图分类号:**U211.3 **文献标志码:**A

### Review on Problems related to Vibration Effects of Ballastless Track and Analyzing Method in Frequency Domain

FU Na WANG Minwen CHEN Guo HU Yangmei DU Chenhui FU Wenjingyang

(Chengdu Textile College, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** This paper focuses on the pervasive issues of environmental vibration, noise, and ballastless track vibration damage during the operation of high-speed railways. It primarily reviews the correlation between ballastless track vibrations and related issues, as well as the frequency domain research methods for ballastless track vibrations. The principles and applications of various frequency domain methods are summarized, and their advantages and limitations are comparatively analyzed to clarify their respective applicability. The results indicate that: (1) ballastless track vibrations are correlated with environmental vibrations, noise, and track vibration damage in terms of spatial location and frequency domain range. (2) ballastless track vibrations play a crucial role in influencing environmental vibrations, noise, and vibration-induced damages such as wheel polygonization, rail corrugation, and fastener clip fractures. (3) frequency domain research methods for ballastless track vibrations can be broadly categorized into those based on periodic track structure theory and those grounded in power flow theory. Both approaches are suitable for investigating the mid-to-high frequency vibration characteristics and related issues of ballastless tracks.

**Key words:** high-speed railway; ballastless track; methods in frequency domain; power flow theory; energy finite element method (EFEA)

收稿日期:2024-03-25

作者简介:付娜(1983-),女,副教授。

基金项目:2023 年四川省大学生创新创业训练计划省级项目(S202311553002);成都纺织高等专科学校人才资助项目(RCXM22002);成都纺织高等专科学校科研项目重点项目(2022fzlk02)

引文格式:付娜,王闵文,陈果,等.高速铁路无砟轨道振动相关问题及频域研究方法综述[J].高速铁路技术,2024,15(5):30-34.

FU Na, WANG Minwen, CHEN Guo, et al. Review on Problems related to Vibration Effects of Ballastless Track and Analyzing Method in Frequency Domain[J]. High Speed Railway Technology, 2024, 15(5):30-34.

我国高速铁路以建设规模大、发展速度快闻名于世界。截至 2023 年底,我国高速铁路总运营里程达 4.5 万 km,“四纵四横”高速铁路网已全面建成,“八纵八横”高速铁路网正在加密建设。“十四五”期间,高速铁路建设仍是我国交通基础设施建设的重点。

与传统有砟轨道结构相比,高速铁路无砟轨道结构刚度大,动力效应显著,将引发更为严重的环境振动和噪声。随着列车速度的提高和运营时间的增长,与无砟轨道振动相关的车轮多边形磨耗、钢轨波磨、扣件弹条断裂等中高频振动伤损愈发显著。无砟轨道振动伤损成因复杂,其形成机制和作用机理亟待深入探索。车辆-轨道耦合动力学理论仅适用于时域动力响应和中低频振动响应的研究,为探明无砟轨道中高频振动特性及其对环境振动、噪声和振动伤损的作用,亟需引入中高频振动研究方法。

本文基于无砟轨道振动与相关问题的关系,重点综述无砟轨道振动的频域研究方法,归纳总结各频域方法的优势和限制,阐明各频域方法在环境振动控制、噪声预测和无砟轨道振动伤损研究中的适用性。研究成果可为深入探索无砟轨道中高频振动特性提供参考,为保障高速铁路的安全性、舒适性,提升高速铁路运营品质奠定基础。

1 无砟轨道振动相关问题

在车辆-轨道-环境系统中,轨道不平顺和钢轨表面粗糙度作为振源<sup>[1]</sup>激发的振动通过轨道结构传递给下部基础和周围环境。振动能量在轮轨系统中传递时,在某些特定条件下,会累积在轨道结构、部件中,导致诸如车轮多边形磨耗<sup>[2]</sup>、钢轨波磨、扣件弹条断裂等伤损。无砟轨道处于车辆-轨道-环境系统中的中间位置,空间位置与振动相关问题具有重要的关联性,振动特性对环境振动、噪声和轨道振动伤损等均具有重要作用。无砟轨道振动问题如图 1 所示。

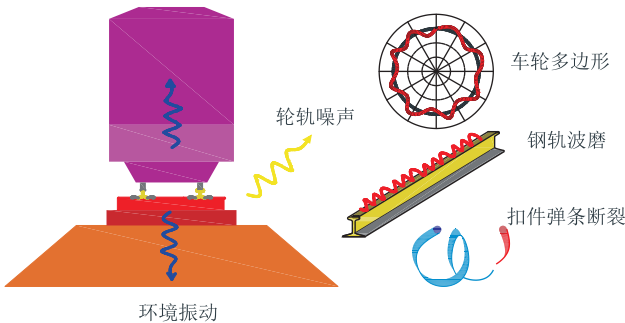


图 1 无砟轨道振动相关问题示意图

环境振动最早引发关注是在上世纪 70 年代,早期

研究主要分析人体最为敏感的低频范围。随着列车速度的提高,研究发现环境振动的频率范围并不仅限于低频范围。实测结果表明,高速铁路所致环境振动既包含低频成分,也包含中高频成分<sup>[3]</sup>。

高速铁路噪声主要为转向架部分噪声,而转向架噪声主要由轮轨噪声和气动噪声两部分组成<sup>[4]</sup>。其中,轮轨噪声包括轮对辐射噪声和轨道结构辐射噪声,后者则包括由轮轨耦合振动引起的钢轨辐射噪声、轨道板辐射噪声以及由轨道结构振动传递至下部桥梁结构所引发的二次结构噪声<sup>[5]</sup>,如图 2 所示。无砟轨道振动特性通过影响轮轨系统振动对铁路噪声产生重要作用,无砟轨道中高频轮轨振动噪声模型亟需完善<sup>[6]</sup>。

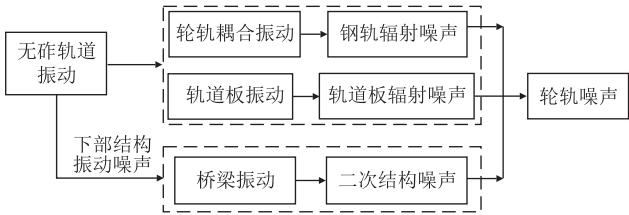


图 2 无砟轨道振动贡献的轮轨噪声图

轮轨系统动力作用导致的损伤种类较多,与高速铁路无砟轨道振动特性密切相关的伤损主要有钢轨波磨、车轮多边形磨耗和扣件弹条断裂等。钢轨波浪形磨耗是钢轨顶面沿纵向呈现出波浪形不平顺磨损的现象,该损伤成因复杂,作用机理多样<sup>[7]</sup>。实测结果表明高速铁路无砟轨道钢轨波磨的特征频率集中在 500 ~ 700 Hz 和 1 000 ~ 1 500 Hz 频段<sup>[8]</sup>。车轮多边形磨耗是铁路车辆车轮名义滚动圆周向出现的不均匀磨损现象。随着列车速度的提高<sup>[9]</sup>和高速铁路列车运营时间的增长,车轮多边形磨耗的阶数不断增加,对应的振动频率也增至高频<sup>[10]</sup>。研究表明轨道振动对轮轨共振有重要贡献<sup>[11]</sup>。高速铁路某些区段出现的扣件弹条断裂伤损,主要是由于在钢轨波磨、车轮多边形磨耗等轮轨系统伤损条件下,长期、往复的高频动力作用产生的弹条共振疲劳所致。

对以上高速铁路无砟轨道振动相关问题及其频率范围进行归纳总结,如表 1 所示。由表 1 可知,高速铁路无砟轨道振动相关问题的频率范围覆盖了低、中、高各频段,这与无砟轨道中钢轨、扣件、轨道板(道床板)、底座板(支承层)等部件的振动频率范围在较大程度上重合,可以认为,无砟轨道的振动频率范围基本覆盖了以上振动问题的频率范围。可见,无砟轨道与各类振动问题在振动频域范围方面具有重要关联性。

表1 高速铁路无砟轨道振动问题及频率范围表

问题类型		频率范围/Hz
环境振动		0~500 (主频40~60)
铁路噪声	钢轨辐射噪声	0~5 000
	轨道板辐射噪声	0~2 000
	桥梁结构二次噪声	0~200
轨道振动损伤	车轮多边形	0~1 000
	钢轨波磨	0~1 500
	扣件弹条断裂	0~1 500

2 基于周期轨道结构理论的频域方法

无砟轨道结构可视为周期性结构。周期轨道结构可以在频域-波数域内直接求解,也可以结合波导有限元法、声子晶体理论等理论和方法进行分析求解。

2.1 频域-波数域方法

频域-波数域方法一般结合弹性波动理论建立方程并进行求解。首先建立结构的动力微分方程,然后通过矩阵变换等方法求解波动方程,得到在频域-波数域内的解。该解可以反映结构中弹性波的截止频率和波数等信息。Thompson<sup>[12]</sup>基于波动理论,采用铁木辛科梁模拟钢轨,并采用周期结构模型在频域-波数域分析钢轨的高频振动响应,频率范围达到1 500 Hz。Sheng<sup>[13]</sup>针对板式无砟轨道提出了无限长周期轨道结构模型,在建立钢轨模型的基础上考虑了轨道板周期结构,基于动力微分方程直接求解出轨道的频域-波数域振动响应。频域-波数域方法减少了时频转换的中间环节,在求解轨道的中高频振动问题时,计算效率更高,准确性较好。

2.2 波导有限元法

无砟轨道结构可简化为波导结构,如图3所示。波导有限元法基于积分变换,使用连续傅里叶变换求解波传递问题,不仅可以获得轨道结构内部导波的频散特征,还可以利用导波特性的变化对轨道结构的损伤进行识别<sup>[14]</sup>。盛曦<sup>[15]</sup>考虑钢轨的波导特性,建立钢轨周期子结构波导模型,分析导波在无阻尼自由钢轨中传播的频散曲线、模态、相速度和群速度等波导特性。代丰<sup>[16]</sup>建立双块式无砟轨道的波导有限元模型,通过傅里叶变换将时域-空间域的位移转换到频域-波数域,获得了无砟轨道中钢轨、道床板的波导特性。然而,波导有限元法不再适用于单元式无砟轨道以及伤损轨道结构等在纵向不连续的轨道结构。

2.3 声子晶体理论方法

声子晶体是具有弹性波带隙的周期复合材料。利用声子晶体的带隙特征,可对散射体和基体的材料以及周期性排列方式进行设计,以满足相应频带内的减

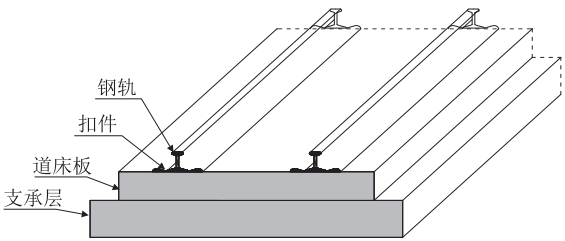


图3 双块式无砟轨道波导有限元模型示意图

振降噪需求,如图4所示。邢俊<sup>[17]</sup>初步探讨了布拉格散射的波阻单元适用性,并利用局域共振散射原理对轨下垫层波阻单元进行设计;盛曦<sup>[15]</sup>采用平面波展开法和有限元法开展轨道结构带隙特性研究;易强<sup>[18]</sup>采用传递矩阵法对周期性轨道结构的弹性带隙特征展开研究,建立轨道纵波和弯曲波的特征方程,结合 Bloch 定理给出周期性点支承轨道结构弹性波传播特征方程。声子晶体轨道结构模型进行了周期性结构简化和边界条件简化,必然对计算结果准确性产生影响。

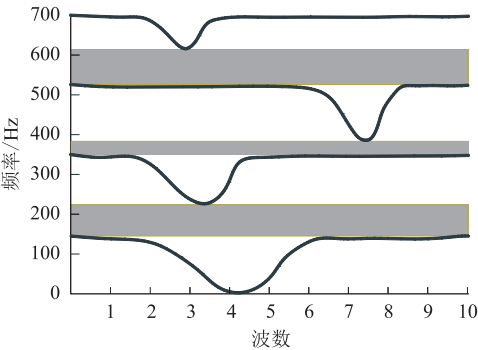


图4 声子晶体带隙特征示意图

3 基于功率流理论的频域方法

功率流理论是振动控制和高频声振预测的有效手段<sup>[19]</sup>,在其发展过程中形成了多种功率流方法。其中,统计能量法(SEA)和能量有限元法(EFEA)采用子系统的能量或功率平均值作为平衡方程的变量,将经典结构动力学中求解稳态响应的问题转化为类似热力学的能量平衡问题,提高了结构高频振动分析的准确性。

3.1 SEA 法

统计能量法(Statistical Energy Analysis, SEA)<sup>[20]</sup>在复杂系统高频段的振动分析中具有独特优势。SEA法将复杂结构简化为相互连接的子系统,假设子系统的总能量等于输入能量、损耗能量与其他子系统间传递能量的总和,基于此建立功率流平衡方程。在SEA法中,模态密度、阻尼、内损耗因子、耦合损耗因子等参

数是准确预测振动响应的关键<sup>[21]</sup>。SEA 法在轨道交通领域有一定应用,目前主要用于轨道交通桥梁结构的声振预测。采用混合方法模拟轨道振动<sup>[22]</sup>,将 FEM 法用于低频振动模拟,将 SEA 法用于高频振动模拟,可获得无砟轨道和桥梁的振动响应。SEA 法在分析高频声振作用时具有显著优势,但其局限一方面在于损耗因子不易准确获取,另一方面在于其不能反映系统内特定位置的振动响应。

SEA 法双线性振子系统功率流传递如图 5 所示。

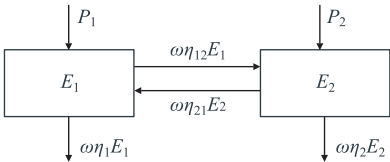


图 5 SEA 法双线性振子系统功率流传递示意图

3.2 EFEA 法

能量有限元法 (Energy Finite Element Analysis, EFEA) 采用有限元方法将结构进行离散,在单元之间建立能量密度方程,得到单元节点之间能量密度方程组,通过求解方程组可得到结构上各点的能量密度响应。与有限元分析相比较,EFEA 法模型简单、精度高、计算量小,可以实现结构中高频振动的准确分

析<sup>[23]</sup>。与 SEA 法相比,EFEA 法可以研究结构的局部振动能量特性<sup>[24]</sup>。近年来,EFEA 法在高速列车车厢噪声预测<sup>[25]</sup>、结构损伤分析、结构的声振特性分析、复合材料高频振动分析、热环境下结构振动分析等方面得到了广泛应用,在复杂结构中高频振动控制和噪声预测中起到了重要作用。EFEA 法单元能量平衡原理如图 6 所示。

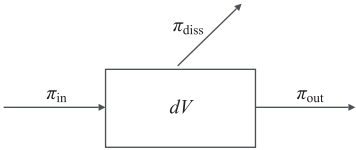


图 6 EFEA 法单元能量平衡原理示意图

采用 EFEA 法不仅能分析轨道结构各部件振动能量的频域分布特性,还能分析轨道结构振动能量的空间分布特性。EFEA 法还能进一步用于环境振动、噪声预测和无砟轨道伤损识别等研究。EFEA 法能有效解决无砟轨道中高频振动问题,应用前景广阔。

对无砟轨道振动各频域研究方法进行比较,结果如表 2 所示。在研究无砟轨道振动相关问题时,选择合适的频域分析方法是环境振动控制、噪声预测和无砟轨道振动伤损控制的关键。

表 2 无砟轨道振动频域研究方法比较表

序号	名称	理论基础	求解方法	应用	优势	局限	适用频率范围
1	频域-波数域法	周期结构、波动理论	建立波动方程,在频域-波数域内求解	环境振动预测与轨道振动控制	直接求解波动方程,得到频域动力响应	边界条件简化,引起计算误差	低、中、高频
2	波导有限元法	周期结构、波动理论	建立动力微分方程,基于积分变换求解	轨道振动控制	模型简单,计算效率高	模型、边界简化,引起计算误差	中、高频
3	声子晶体理论及方法	周期结构、波动理论	建立周期结构波动方程,结合 Bloch 定理,求解特征方程	轨道振动控制	结构带隙特性明晰,便于对特定频带进行减振设计	模型、边界简化,引起计算误差	中、高频
4	SEA 法	功率流理论	基于子系统的能量平衡关系,建立组合系统的功率流平衡方程	环境振动、噪声预测与控制	在大型复杂系统的高频声振研究方面具有突出优势	不能分析系统局部声振特性	高频
5	EFEA 法	功率流理论	采用有限元方法将结构进行离散,在单元之间建立能量平衡方程	环境振动、噪声预测;轨道伤损识别	分析结构局部空间位置的频域振动响应	低频分析时存在一定误差	中、高频

4 结论

本文阐明了无砟轨道振动与相关问题的关联性,对比了各频域方法的优势和限制,明确了各方法在环境振动控制、噪声预测以及无砟轨道振动伤损研究等方面的适用性,得到主要结论如下:

(1) 无砟轨道振动与环境振动、噪声和轨道振动

伤损等问题存在重要关联性,主要表现为空间位置关联和频率范围关联。

(2) 无砟轨道振动对钢轨波磨、扣件弹条断裂和车轮多边形等振动伤损具有重要作用。无砟轨道在某些频段的振动是钢轨波磨的重要原因;轨道振动特性对轮轨共振的作用是车轮多边形磨耗的重要因素之一;扣件弹条断裂是基于轨道高频动力作用与疲劳共



振二者共同作用的结果。

(3) 无砟轨道振动的频域研究方法可大致归纳为两类。第一类为基于周期结构理论的频域方法,如频域-波数域法、波导有限元法、声子晶体理论方法;第二类为基于功率流理论的能量方法,如SEA法和EFEA法等。这两类方法均适用于无砟轨道中高频振动性能及相关问题研究。

(4) 各种无砟轨道振动频域研究方法的适用性不同,应针对实际工程问题进行选择。在周期结构理论方法中,频域-波数域法适用范围广,针对环境振动、噪声均可进行有效分析;波导有限元法模型简单计算效率高,适用于分析钢轨和纵向连续无砟轨道的频散特性;声子晶体理论及方法在轨道振动控制方面具有突出优势。在能量方法中,SEA法适用于轨道振动和噪声的总体评价;EFEA法则适用于无砟轨道振动的空间分布特性和局部伤损特性研究。

## 参考文献:

- [1] 康熊,刘秀波,李红艳,等. 高速铁路无砟轨道不平顺谱[J]. 中国科学(技术科学), 2014, 44(7): 687-696.  
KANG Xiong, LIU Xiubo, LI Hongyan, et al. PSD of Ballastless Track Irregularities of High-speed Railway [J]. Scientia Sinica (Technologica), 2014, 44(7): 687-696.
- [2] 李忠继,陈志贤,姚力,等. 高速铁路车轮多边形对轨道动作用分析[J]. 高速铁路技术, 2021, 12(5): 73-78.  
LI Zhongji, CHEN Zhixian, YAO Li, et al. Analysis on Dynamic Effect of Polygonal Wheels on Tracks of High-speed Railway [J]. High Speed Railway Technology, 2021, 12(5): 73-78.
- [3] 吕丽芳. 高速铁路引起的环境振动研究[D]. 上海: 同济大学, 2005.  
LV Lifang. Study on Environmental Vibration Caused by High-Speed Railway [D]. Shanghai: Tongji University, 2005.
- [4] LI Muxiao, ZHONG Shuoqiao, DENG Tiesong, et al. Analysis of Source Contribution to Pass-by Noise for a Moving High-speed Train Based on Microphone Array Measurement [J]. Measurement, 2021, 174: 109058.
- [5] THOMPSON D J. 铁路噪声与振动——机理、模型和控制方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2014.  
THOMPSON D J. Railway Noise and Vibration: Mechanism, Modeling and Means of Control [M]. Beijing: Science Press, 2014.
- [6] 圣小珍, 成功, THOMPSON D J, 等. 轮轨噪声预测模型研究进展[J]. 交通运输工程学报, 2021, 21(3): 20-38.  
SHENG Xiaozhen, CHENG Gong, THOMPSON D J, et al. Research Progress on Wheel-rail Noise Prediction Models [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21(3): 20-38.
- [7] 朱海燕, 袁遥, 肖乾, 等. 钢轨波磨研究进展[J]. 交通运输工程学报, 2021, 21(3): 110-133.  
ZHU Haiyan, YUAN Yao, XIAO Qian, et al. Research Progress on Rail Corrugation [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21(3): 110-133.
- [8] 谷永磊, 赵国堂, 王衡禹, 等. 轨道振动特性对高速铁路钢轨波磨的影响[J]. 中国铁道科学, 2016, 37(4): 42-47.  
GU Yonglei, ZHAO Guotang, WANG Hengyu, et al. Effect of Track Vibration Characteristics on Rail Corrugation of High Speed Railway [J]. China Railway Science, 2016, 37(4): 42-47.
- [9] 苏乾坤, 何宁, 庞玲, 等. 400 km/h 高速铁路路基地段 CRTS III 型板式无砟轨道静力分析[J]. 高速铁路技术, 2022, 13(5): 20-24.  
SU Qiankun, HE Ning, PANG Ling, et al. Static Analysis of CRTS III Slab Ballastless Track for 400 km/h High-speed Railway in Subgrade Section [J]. High Speed Railway Technology, 2022, 13(5): 20-24.
- [10] 陈伟, 戴焕云, 罗仁. 高速列车车轮高阶多边形对车辆动力学性能的影响[J]. 铁道车辆, 2014, 52(12): 4-8.  
CHEN Wei, DAI Huanyun, LUO Ren. Influence of High-order Polygon of High-speed Train Wheels on Vehicle Dynamic Performance [J]. Rolling Stock, 2014, 52(12): 4-8.
- [11] 金学松, 吴越, 梁树林, 等. 高速列车车轮多边形磨耗、机理、影响和对策分析[J]. 机械工程学报, 2020, 56(16): 118-136.  
JIN Xuesong, WU Yue, LIANG Shulin, et al. Characteristics, Mechanism, Influences and Countermeasures of Polygonal Wear of High-speed Train Wheels [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(16): 118-136.
- [12] THOMPSON D J, VINCENT N. Track Dynamic Behaviour at High Frequencies. Part 1: Theoretical Models and Laboratory Measurements [J]. Vehicle System Dynamics, 1995, 24(sup1): 86-99.
- [13] SHENG X, ZHONG T, LI Y. Vibration and Sound Radiation of Slab High-speed Railway Tracks Subject to a Moving Harmonic Load [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 395: 160-186.
- [14] RYUE J, THOMPSON D J, WHITE P R, et al. Wave Reflection and Transmission Due to Defects in Infinite Structural Waveguides at High Frequencies [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(8): 1737-1753.
- [15] 盛曦. 轨道结构振动传递特性及控制措施研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2019.  
SHENG Xi. Study on Vibration Transmission Characteristics and Control Measures of Track Structure [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2019.
- [16] 代丰. CRTS I 型双块式无砟轨道振动频域与波导特性研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2016.  
DAI Feng. Study on Vibration Frequency Domain and Waveguide Characteristics of CRTS I Double-block Ballastless Track [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2016.
- [17] 邢俊. 基于声子晶体的地铁轨道弹性垫层波阻单元设计研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2017.  
XING Jun. Research on Wave Resistance Element Design of Metro Track Elastic Cushion Based on Phononic Crystals [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2017.
- [18] 易强. 周期性铁路轨道结构弹性波传播特性及调控方法研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2020.  
YI Qiang. Study on Elastic Wave Propagation Characteristics and Control Methods of Periodic Railway Track Structure [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2020.

(下转第77页)

- [6] 朱宏平, 余璟, 张俊兵. 结构损伤动力检测与健康监测研究现状与展望[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 1–11, 17.  
ZHU Hongping, YU Jing, ZHANG Junbing. A Summary Review and Advantages of Vibration-based Damage Identification Methods in Structural Health Monitoring [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(2): 1–11, 17.
- [7] 王凌波, 王秋玲, 朱钊, 等. 桥梁健康监测技术研究现状及展望[J]. 中国公路学报, 2021, 34(12): 25–45.  
WANG Lingbo, WANG Qiuling, ZHU Zhao, et al. Current Status and Prospects of Research on Bridge Health Monitoring Technology [J]. China Journal of Highway and Transport, 2021, 34(12): 25–45.
- [8] 曹阳梅. 大跨度铁路斜拉桥索力快速识别方法研究[J]. 铁道标准设计, 2024, 68(4): 116–122.  
CAO Yangmei. Research on Fast Identification Method of Cable Force of Long-span Railway Cable-stayed Bridge [J]. Railway Standard Design, 2024, 68(4): 116–122.
- [9] 颜永逸, 杨国静, 宋晓东, 等. 高速铁路大跨度混凝土拱桥变形监测与分析[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2022, 44(3): 79–85.  
YAN Yongyi, YANG Guojing, SONG Xiaodong, et al. Deformation Monitoring and Analysis of Long Span High Speed Concrete Arch Railway Bridge[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2022, 44(3): 79–85.
- [10] 吴俐滢, 杨涛远, 翁顺, 等. 基于综合层次分析法的赣江特大桥安全评估[J]. 土木工程与管理学报, 2022, 39(2): 133–140.  
WU Liying, YANG Taoyuan, WENG Shun, et al. Safety Assessment of Ganjiang Bridge of Chang Gan Railway Based on Comprehensive Analytic Hierarchy Process [J]. Journal of Civil Engineering and Management, 2022, 39(2): 133–140.
- [11] 单德山, 罗凌峰, 李乔. 桥梁健康监测 2020 年度研究进展[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2021, 43(S1): 129–134.  
SHAN Deshan, LUO Lingfeng, LI Qiao. State-of-the-art Review of the Bridge Health Monitoring in 2020 [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2021, 43(S1): 129–134.
- [12] 孙利民, 尚志强, 夏烨. 大数据背景下的桥梁结构健康监测研究现状与展望[J]. 中国公路学报, 2019, 32(11): 1–20.  
SUN Limin, SHANG Zhiqiang, XIA Ye. Development and Prospect of Bridge Structural Health Monitoring in the Context of Big Data [J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, 32(11): 1–20.
- [13] 翁顺, 吴俐滢, 朱宏平, 等. 基于模糊聚类的高速列车车速识别[J]. 高速铁路技术, 2022, 13(4): 13–23, 29.  
WENG Shun, WU Liying, ZHU Hongping, et al. Speed Recognition of High-speed Train Based on Fuzzy Clustering [J]. High Speed Railway Technology, 2022, 13(4): 13–23, 29.

(上接第 34 页)

- [19] 宋孔杰, 张蔚波, 牛军川. 功率流理论在柔性振动控制技术中的应用与发展[J]. 机械工程学报, 2003, 39(9): 23–28.  
SONG Kongjie, ZHANG WeiBo, NIU Junchuan. Application and Development of Power Flow Theories in the Field of the Vibration Control for Flexible Systems [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(9): 23–28.
- [20] LYON R H, MAIDANIK G. Power Flow between Linearly Coupled Oscillators [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1962, 34(5): 623–639.
- [21] GULIZIA C, PRICE A J. Power Flow between Strongly Coupled Oscillators [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1977, 61(6): 1511–1515.
- [22] 罗文俊, 雷晓燕, 练松良. 基于 FE-SEA 混合法的无砟轨道桥梁系统垂向振动分析[J]. 铁道学报, 2013, 35(8): 94–101.  
LUO Wenjun, LEI Xiaoyan, LIAN Songliang. Analysis on Vibration of Ballastless Track-bridge System Based on Hybrid FE-SEA Method [J]. Journal of the China Railway Society, 2013, 35(8): 94–101.
- [23] ZHANG Weiguo, WANG Aimin, VLAHOPOULOS N, et al. High-Frequency Vibration Analysis of Thin Elastic Plates under Heavy Fluid Loading by an Energy Finite Element Formulation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 263(1): 21–46.
- [24] NAVAZI H M, NOKHBATOLFOGHAEI A, GHOBAD Y, et al. Experimental Measurement of Energy Density in a Vibrating Plate and Comparison with Energy Finite Element Analysis [J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 375: 289–307.
- [25] ZHENG Xu, DAI Wenqiang, QIU Yi, et al. Prediction and Energy Contribution Analysis of Interior Noise in a High-speed Train Based on Modified Energy Finite Element Analysis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 126: 439–457.