

文章编号: 1674—8247(2017)06—0021—03

## 连续型浮置板轨道模态设计方法

李忠继<sup>1</sup> 林红松<sup>1</sup> 黄慧超<sup>2</sup>

(1. 中铁二院工程集团有限责任公司, 成都 610031; 2. 西南交通大学, 成都 610031)

**摘 要:**针对传统浮置板轨道固有频率计算方法在计算连续型浮置板轨道时的局限性,文章开展了连续型浮置板轨道模态设计的方法研究。利用线性振动理论推导了连续型浮置板轨道固有频率计算公式,并通过实际算例对比,阐释了本文提出的计算方法与传统方法的区别。最后利用有限元法,验证了该方法的准确性。结果显示:对于 20 m 长的浮置板轨道,本文提出的计算方法与有限元法的绝对误差仅为 0.04 Hz,远小于传统方法与有限元法的误差(0.49 Hz),大幅提高了模态频率设计的精度。

**关键词:**浮置板轨道; 模态分析; 固有频率

**中图分类号:**U213.2<sup>+</sup>1 **文献标志码:**A

## Modal Design Method of Continuous Floating Slab Track

LI Zhongji<sup>1</sup> LIN Hongsong<sup>1</sup> HUANG Huichao<sup>2</sup>

(1. China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., Chengdu 610031, China;

2. Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** Aiming at the limitation of the calculation method of natural frequency of traditional floating slab track in calculating the continuous floating slab track, in this paper, a modal design method for continuous floating slab track is developed. The formula of the natural frequency of the continuous floating slab is deduced by the linear vibration theory. The difference between the proposed design method and the traditional method is explained by the practical calculation example. Finally, the finite element method is used to verify the accuracy of the method. The results show that the absolute error of proposed method is 0.04 Hz respect to the finite element method, the traditional method absolute error is 0.49 Hz. The proposed method greatly improves the accuracy of the modal frequency design.

**Key words:** Floating slab track; Modal analysis; Natural frequency

连续型浮置板轨道是轨道交通隔振降噪的重要方式。按照浮置板长度可将其分为短型浮置板、长型浮置板和连续型浮置板。连续型浮置板通常采用现浇方式施工,板间采用剪力铰连接,单板长度一般大于 20 m。浮置板轨道性能主要包括隔振性能、轨道稳定性和耐久性。其中隔振性能是浮置板轨道最重要的性能指标<sup>[1-2]</sup>。忽略浮置板轨道系统的非线性特征,浮置板轨道系统可近似为一个线性振动系统。系统的振

动模态决定了浮置板的隔振性能。因此浮置板轨道系统模态设计是浮置板轨道设计的基础。

前人对浮置板轨道系统振动模态开展了大量理论和试验研究,文献[3]运用有限元方法,以 6 m 长浮置板轨道为研究对象,开展了浮置板轨道参数与其固有频率、振型和参与质量的关系研究。文献[4]针对 3 ~ 30 m 长浮置板做了类似研究。文献[5-6]采用有限元方法,研究了橡胶支座式短型浮置板轨道参数与振动

收稿日期:2017-08-15

作者简介:李忠继(1983-),男,工程师。

基金项目:四川省科技计划项目(2016HH0041),中国中铁股份有限公司科技开发计划项目(2016-重点-37)

引文格式:李忠继,林红松,黄慧超. 连续型浮置板轨道模态设计方法[J]. 高速铁路技术,2017,8(6):21-23.

LI Zhongji, LIN Hongsong, HUANG Huichao. Modal Design Method of Continuous Floating Slab Track [J]. High Speed Railway Technology, 2017, 8(6):21-23.

模态的关系。以上研究显示,浮置板轨道密度、结构尺寸、隔振器刚度、布置间距是影响浮置板轨道系统固有频率的关键参数。文献[7]建立了二维浮置板轨道模型,研究了不同载荷工况下浮置板轨道的隔振性能。结果显示浮置板轨道在激振频率为其固有频率的1.5倍以上时具有隔振效果。同时,浮置板长度对浮置板振动特性和隔振性能有明显影响。

综上,开展浮置板轨道模态和隔振性能设计需考虑不同浮置板轨道各关键参数的影响,但这些参数对模态计算方法不会产生本质影响。然而,随着浮置板轨道长度的变化,浮置板轨道的振动特性将发生本质变化,当浮置板长度较短时,系统可简化为单自由度弹簧质量系统。GJJ/T 191 - 2012《浮置板轨道技术规范》<sup>[8]</sup>基于单自由度质量弹簧系统模型给出了浮置板轨道固有频率的计算方法。当浮置板长度变长,轨道板弹性振动模态与刚体振动模态耦合,系统一阶模态频率将发生变化,系统不能再被简化为单自由度质量弹簧系统。按照传统的方法设计其模态时,将出现较大误差,因此有必要针对连续型浮置板开展模态计算方法研究,形成适用于连续型浮置板轨道模态和隔振性能的设计方法。

本文针对连续型浮置板轨道,采用解析方法和有限元方法研究其振动模态及一阶振动主频的计算方法,对比提出适用于连续型浮置板轨道系统振动模态的设计方法。

1 模态计算方法

连续型浮置板轨道由隔振器、轨道板、扣件和钢轨组成。隔振器均匀支撑于轨道板下方,钢轨通过扣件与轨道板固定在一起,其结构形式如图1所示。

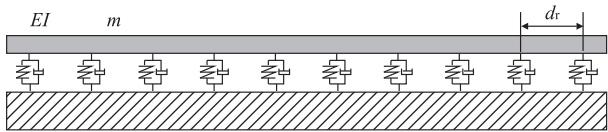


图1 连续型浮置板轨道力学模型

由于轨道板有纵向连接器和横向限位装置限制其纵向和横向运动,将连续型浮置板轨道板和钢轨整体等效为伯努利-欧拉梁。隔振器间隔相对于轨道板长度来说较小,可将模型等效为连续弹性支撑的欧拉梁。

浮置板轨道的振动微分方程为:  
$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + ky(x,t) = 0 \quad (1)$$
  
式中:EI——轨道板的抗弯刚度;  
E——轨道板的弹性模量;

I——轨道板的惯性距;  
m——轨道板的每延米质量;  
k——每延米的支撑刚度, $k = 2k_r/d_r$ ;  
 $k_r$ ——隔振器刚度;  
 $d_r$ ——隔振器纵向间距。

利用分离变量法对方程进行求解,令第n阶振型函数为 $\varnothing_n(x)$ ,对应的广义坐标动态响应函数为 $q_n(t)$ ,则对应的形变函数 $y_n(x,t)$ 为

$$y_n(x,t) = \varnothing_n(x)q_n(t) \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)得:

$$EI \frac{d^4 \varnothing_n(x)}{dx^4} q_n(t) + m \frac{d^2 q_n(t)}{dt^2} \varnothing_n(x) + k \varnothing_n(x) q_n(t) = 0 \quad (3)$$

整理可得:

$$\frac{1}{\varnothing_n(x)} \frac{d^4 \varnothing_n(x)}{dx^4} = - \frac{1}{EI} \left( \frac{m}{q_n(t)} \frac{d^2 q_n(t)}{dt^2} + k \varnothing_n(x) \right) \quad (4)$$

简记,并令其等于 $a_n^4$ ,

$$\frac{\varnothing_n''''}{\varnothing_n} = - \left( \frac{m}{EI} \frac{\ddot{q}_n}{q_n} + \frac{k}{EI} \right) = a_n^4 \quad (5)$$

则可得:

$$\varnothing_n'''' - \varnothing_n a_n^4 = 0 \quad (6)$$

$$\ddot{q}_n + \left( \frac{k}{m} + a_n^4 \frac{EI}{m} \right) q_n = 0 \quad (7)$$

由以上方程,可得连续支撑欧拉梁的自然频率为:

$$\omega = \sqrt{a_n^4 \frac{EI}{m} + \frac{k}{m}} \quad (8)$$

配合梁的边界条件,通过求解 $a_n$ ,即可得到连续型浮置板模态频率为:

$$f_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left( \frac{n\pi}{L} \right)^4 \frac{EI}{m} + \frac{k_r}{md_r}} \quad (9)$$

式中: $k_r$ ——隔振器刚度;  
 $d_r$ ——隔振器间距;  
m——轨道板单位长度质量;  
L——轨道板的长度。

2 算例

某连续型浮置板轨道,其系统参数如表1所示。

表1 计算参数

部件	物理量	单位	参数值
轨道板	弹性模量 E	Pa	$3.65 \times 10^{10}$
	截惯性距 I	m <sup>4</sup>	0.012
	每延米质量 m	kg	3 203
隔振器	垂向刚度 $k_r$	kN/mm	15
	间距 $d_r$	m	1.875

按照式(9)的计算方法,可得到不同长度下浮置板轨道系统前 3 阶弯曲振动的固有频率,再按 GJJ/T 191 - 2012《浮置板轨道技术规范》给定的传统方法,计算了系统的刚体模态频率,轨道板长对系统模态的影响如图 2 所示。

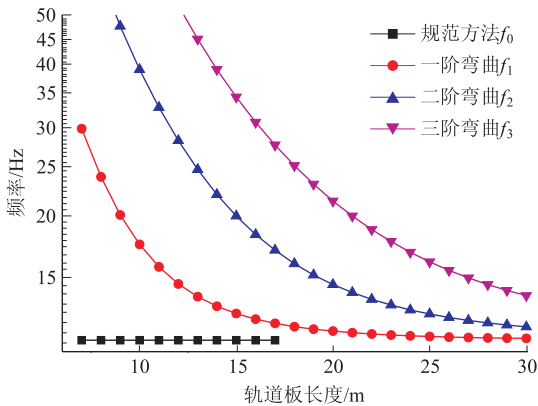


图 2 轨道板长对系统模态的影响

从结果可以看出,浮置板轨道作为一种弹性支撑的连续结构,当其长度较短时,其一阶弯曲模态与刚体模态相差较大,两个模态相互独立。此时系统的第一阶振动即为浮置板的浮沉振动,其主频:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{10}$$

但当浮置板长度较长时,刚体模态与一阶弯曲模态接近,相互耦合。第一阶模态振型表现为浮置板轨道的一阶弯曲振动,其频率大于式(10)计算所得的值。按照表 1 的参数,以 20 m 长浮置板轨道为例,按照式(10)计算所得的固有频率为 11.57 Hz,这是浮置板轨道整体浮沉振动的固有频率。但由于 20 m 浮置板轨道板较长,实际中不会表现出整体浮沉振动,而是先表现为一阶弯曲振动,在受到隔振器约束下,其一阶振动频率按式(9)计算,结果为 12.06 Hz。可见,按本文提出方法计算所得的连续型浮置板轨道一阶振动模态频率要高于传统方法的计算结果。

3 有限元方法验证

为进一步验证本文提出方法的准确性,建立浮置板轨道有限元模型,并对其进行模态分析。有限元分析模型中包含钢轨(60 kg/m)、扣件、浮置板以及隔振器弹簧。其中,钢轨使用梁单元模拟,扣件采用弹条 I 型分开式扣件,隔振器简化为 3 向线性弹簧,其垂向刚度参照表 1 所给出的参数选取。浮置板板端的剪力铰简化为对板端 4 个点,分别进行纵向和横向位移约束,模型如图 3 所示。

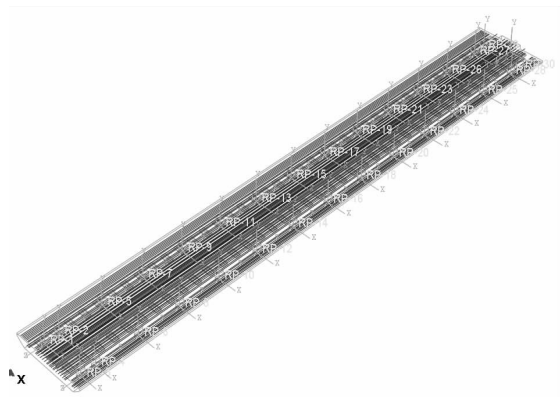


图 3 浮置板轨道模型

有限元方法计算出的浮置板轨道振型如图 4 ~ 图 6 所示。传统方法、本文提出方法和有限元方法计算所得的浮置板轨道一阶、二阶和三阶振动频率如表 2 所示。



图 4 一阶弯曲



图 5 二阶弯曲

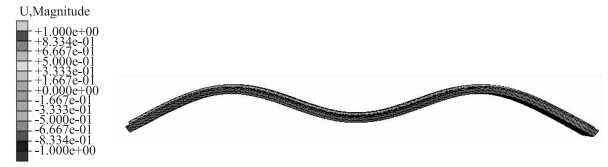


图 6 三阶弯曲

表 2 有限元法结果对比 (Hz)

阶次	传统方法	本文提出的方法	有限元法
一阶	11.57	12.06	12.10
二阶	-	13.03	13.17
三阶	-	16.47	17.37

由结果可以看出,相对于有限元方法,采用本文提出方法计算所得的一阶模态振动频率误差为 0.4 Hz,传统方法计算所得的一阶模态振动频率误差为 0.49 Hz。可见,采用本文提出的方法,能有效提高浮置板轨道一阶模态振动频率的精度。(下转第 44 页)

(上接第 23 页)

置板轨道设计频率的计算精度。

## 4 结论

针对传统浮置板轨道模态计算方法在计算连续型浮置板轨道固有频率时的局限性,本文开展了连续型浮置板轨道模态设计方法的研究。利用线性振动理论推导了连续型浮置板轨道固有频率计算公式。通过实际算例对比,阐释了所提出设计计算方法与传统方法的区别。最后,利用有限元方法,验证了本文提出方法的准确性。结果显示,对于 20 m 长浮置板轨道,本文提出的计算方法与有限元方法的绝对误差为 0.04 Hz,传统方法与有限元方法的误差为 0.49 Hz。与传统的计算方法相比,本文提出的计算方法大幅提高了模态频率设计的计算精度。

## 参考文献:

- [1] 徐锡江,蔡文峰,姚力. 弹性支承块式无砟轨道支承块的合理埋深研究[J]. 高速铁路技术, 2013,4(3):9-12.  
XU Xijiang, CAI Wenfeng, YAO Li. Study on Rational Buried Depth of Bearing Block for Elastic Bearing Block Ballastless Track [J]. High Speed Railway Technology, 2013,4(3):9-12.
- [2] 吴新利. 城市轨道交通高架桥梁减振降噪措施概述[J]. 科学技术通讯, 2004,32(3):30-32.  
WU Xinli. Review of Vibration and Noise Reduction Measures for Elevated Bridges of Urban Rail Transit [J]. KEXUE JISHU

TONGXUN, 2004,32(3):30-32.

- [3] 丁德云,刘维宁,张宝才,等. 浮置板轨道的模态分析[J]. 铁道学报, 2008, 30(3):61-64.  
DING Deyun, LIU Weining, ZHANG Baocai, et al. Modal Analysis on the Floating Slab Track [J]. Journal of the China Railway Society, 2008, 30(3):61-64.
- [4] 江阿兰,李建敏. 钢弹簧浮置板轨道结构模态分析[J]. 大连交通大学学报,2016, 37(5):89-92.  
JIANG A'lan, LI Jianmin. Modal Analysis of Steel Spring Floating Slab Track Structure [J]. Journal of Dalian Jiaotong University, 2016, 37(5):89-92.
- [5] 耿传智,楼梦麟. 浮置板轨道结构系统振动模态分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2006, 34(9):1201-1205.  
GENG Chuanzhi, LOU Menglin. Vibration Model Analysis of Floating Slab Track System [J]. Journal of Tongji University (Natural Science Edition), 2006, 34(9):1201-1205.
- [6] 梅早临,耿传智,梅早强,等. 浮置板轨道结构振动模态分析[J]. 城市轨道交通研究, 2004, 7(5):54-56.  
MEI Zaolin, GENG Chuanzhi, MEI Zaoqiang, et al. Modal Analysis of the Floating Track Bed Vibration System [J]. Urban Mass Transit, 2004, 7(5):54-56.
- [7] 李增光,吴天行. 浮置板轨道二维建模及隔振性能分析[J]. 铁道学报, 2011, 33(8):93-98.  
LI Zengguang, WU Tianxing. 2-D Modelling of Floating Slab Track and Performance Analysis on Vibration Isolation [J]. Journal of the China Railway Society, 2011, 33(8):93-98.
- [8] GJJ/T 191-2012 浮置板轨道技术规范[S].  
GJJ/T 191-2012 Technical Code for Floating Slab Track [S].

(编辑:刘会娟 白雪)