

文章编号: 1674—8247(2022)05—0073—06

DOI:10.12098/j.issn.1674-8247.2022.05.015

# 基于 Copula 函数的青藏铁路多年冻土区路基变形相关性分析

李 林

(中铁十二局集团铁路养护工程有限公司, 拉萨 250014)

**摘 要:**为解决青藏铁路多年冻土区路基两侧不规则变形问题,根据青藏高原多年冻土区全线铁路不同路基类型观测站点路基融沉的长期观测数据,利用箱线图查找异常值的原理分别对其进行异常值检验,再基于 Copula 理论给出了路基两侧变形相关性分析的建模步骤,确定路基两侧变形的相关性结构,并依据不同 Copula 族特征对其进行相关性分析,实现多年冻土区路基两侧变形的主侧方向判定。研究结果表明:(1)不同路基类型两侧高度的变形呈正相关且相关性极高,说明多年冻土区路基两侧高度变形基本满足一致性;(2)4 组样本数据的最优相关结构为  $t$ -Copula,即多年冻土区路基两侧变形具有对称性且上、下尾部相关性较强的特点;(3)路基两侧的变形模式几乎均等性相依。本文研究成果可为路基进行状态监测和路基养护提供参考。

**关键词:**铁路路基;相关性;统计分析;冻土;Copula 函数

中图分类号:U216.41<sup>+</sup>7 文献标识码:A

73

## Correlation Analysis of Subgrade Deformation of Qinghai-Tibet Railway in Permafrost Regions Based on Copula Function

LI Lin

(Chinese 12th Bureau Group Railway Maintenance Engineering Limited Company, Lhasa 250014, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of irregular deformations on the two sides of the subgrade of Qinghai-Tibet Railway in the permafrost regions, according to the long-term observation data on the thawing settlement of the subgrade in the permafrost regions on Qinghai-Tibet Plateau from observation stations for different types of subgrade along the whole railway, abnormal values were checked according to the principle of using box plots to find abnormal values. Then, the modeling steps for correlation analysis of the deformations on the two sides of the subgrade were given based on Copula Theory to determine the correlation structure of the deformations on the two sides of the subgrade. The correlation analysis was carried out according to the characteristics of different Copula families to judge the main side direction of the deformations on the two sides of the subgrade in permafrost regions. The results show that: (1) The height deformations on the two sides of different types of subgrade are positively and highly correlated. This indicates the height deformations on the two sides of the subgrade in permafrost regions are basically consistent. (2) The optimal correlation structure of the 4 groups of sample data is  $t$ -Copula, that is, the deformations on the two sides of the subgrade in the permafrost area are symmetrical and the upper and lower tails are strongly correlated. (3) The deformation modes on the two sides of the subgrade are almost equally correlated. The research results of this paper can provide a reference for subgrade status monitoring and subgrade maintenance.

收稿日期:2021-11-10

作者简介:李林(1978-),男,工程师。

引文格式:李林. 基于 Copula 函数的青藏铁路多年冻土区路基变形相关性分析[J]. 高速铁路技术, 2022, 13(5): 73-78.

LI Lin. Correlation Analysis of Subgrade Deformation of Qinghai-Tibet Railway in Permafrost Regions Based on Copula Function[J]. High Speed Railway Technology, 2022, 13(5): 73-78.

**Key words:** railway subgrade; correlation; statistical analysis; permafrost; Copula function

青藏高原海拔平均 4 000 m 以上,大部分属于高海拔区域,年平均气温低至  $-3\text{ }^{\circ}\text{C} \sim -7\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,导致了多年冻土的形成与保存。青藏铁路全线穿过长达 632 km 的多年冻土区,其中包括 102 km 的融区<sup>[1]</sup>。铁路路基左、右两侧变形的较大差异会导致路基倾斜、滑坡、坍塌和侧向热侵蚀等严重的工程问题,不仅影响乘客舒适度,严重时还会威胁行车安全,增加后期维修成本。因此,研究路基两侧变形的相关性以及主导变形的方位对铁路养护部门进行路基维修与治理有极其重要的意义。

目前,国内外已有多种指标可用来刻画两个随机变量的相关程度,但都有一定局限性<sup>[2-3]</sup>。而 Copula 作为一种灵活且稳健的统计工具,得到了广泛的应用。唐家银等<sup>[4]</sup>叙述到可通过 Copula 产生多种相关性量化指标进行相关结构属性的初判,且具有对分析对象的边缘分布无要求、数学处理方便等许多独特优势。Li 等<sup>[5]</sup>提出一种 Copula 增强卷积技术,解决了交叉变量的相关性;XU 等<sup>[6]</sup>建立了以混合 Copula 函数进行相关性分析的数学模型,解决风能与 PV 功率输出最佳容量分配方案。除了相关性上的应用,Chen 等<sup>[7]</sup>以 Copula 函数为基础,构造了以残差最小为目标的优化模型,得到了退化相关可靠性模型;Zhao 等<sup>[8]</sup>利用 Copula 函数将边际故障分布绑定以求得子系统联合分布;牛富俊等<sup>[9]</sup>基于实际观测数据分析了过渡段沉降变形的相关因素并求出了相关系数;徐东升<sup>[10]</sup>以有限元软件进行数值模拟,对冻土区路基的融沉进行了可靠性分析;袁莉芬等<sup>[11]</sup>基于 Copula 函数针对光纤陀螺可靠性评估中的多性能退化量间的相关性,研究了光纤陀螺贮存可靠性评估方法。目前,国内外针对多年冻土区铁路观测站点观测的数据对路基两侧变形相关性的研究较少,基于 Copula 函数对多年冻土区路基两侧变形进行相关性研究的文献就更为鲜见。

本文以相关性数据分析的统计工具——Copula 相关性理论为基础,结合过去 10 年测得的冻土区路基特征的真实数据,拟合性选择多年冻土区路基两侧变形相关性结构的最优 Copula,从而进行其相关性分析,并在线性回归效应下实现路基两侧变形主导判定。研究成果可为保护冻土路基以及铁路养护部门及时采取保护措施、维修与治理提供理论依据,还可用于路基变形的可靠性分析和预测。

## 1 路基两侧变形相关性分析的 Copula 理论基础

定义 1<sup>[12-13]</sup>: 二维 Copula 是一个函数  $C: I^2 = [0, 1]^2 \rightarrow I = [0, 1]$  且满足  $C(u, 0)C(0, v) = 0$ ,  $C(u, 1) = u$ ,  $C(1, v) = v$ , 当  $\forall 0 \leq u_1 \leq u_2 \leq 1, \forall 0 \leq v_1 \leq v_2 \leq 1$  的存在

$$V_C((u_1, v_1), (u_2, v_2)) = C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0 \quad (1)$$

定义 1 实质上是强调对任意  $u, v \in [0, 1]$ , 二维 Copula 函数  $C(u, v)$  均保持非减的性质。

定理 1(Sklar 定理): 令  $(X, Y)$  是待考察随机变量, 其边缘分布函数分别是  $F(x)$ 、 $G(y)$ , 那么存在着唯一的二维 Copula  $C_{XY}(u, v)$ , 使得对任意  $(x, y) \in R^2$  有:

$$P(X \leq x, Y \leq y) = C_{XY}(F(x), G(y)) \quad (2)$$

定理 1 使用二维 Copula 函数考虑了随机变量  $(x, y)$  的相关性, 不仅克服传统意义上各随机变量相互独立的限制条件, 而且为二维随机变量  $(X, Y)$  相关分析提供了框架基础。

二维 Copula 函数还可被看作是服从  $[0, 1]$  上均匀分布的变量的联合分布函数, 当二维 Copula 函数绝对连续时, 存在密度函数  $C(u, v)$ , 由定理 1 知  $(X, Y)$  的联合密度函数为:

$$f(x, y) = \frac{\partial^2 C(F(X), G(Y))}{\partial x \partial y} = c(F(x), G(y))f(x)g(y) \quad (3)$$

式中:  $f(x)$ 、 $g(y)$  ——分别表示两个随机变量  $X, Y$  的边缘密度函数, 实质上 Copula 函数能够把随机变量边缘分布进行组合研究, 这种思路在青藏铁路多年冻土区路基变形的探究中起到重要作用。

Copula 函数由生成函数决定, 在研究中使用最多的 Copula 函数主要有椭圆 Copula 函数族和阿基米德 Copula 函数族, 几种经典 Copula 函数特征如表 1 所示。

## 2 路基两侧变形的相关性主导统计分析

### 2.1 基于 Copula 函数的路基两侧变形相关性统计分析处理算法

(1) 选取各不同路基类型的观测站点, 对数据组利用箱线图原理, 即对  $N$  组数据样本进行异常值检验  $(x_i, y_i)$  过高或过低, 利用异常值检验结果给出不同路基类型观测站点左、右路基异常值点情况表, 并用边

界值代替异常值。

表 1 经典 Copula 函数特征表

Copula 函数族	Copula 函数名称	Copula 函数特征
阿基米德型	Gauss Copula	具有对称性,应用广泛,但没有尾部相关性
	t-Copula	注重变量极端处的相关结构,常用于分析具有尖峰厚尾特征的多元变量样本数据
椭圆型	Gumbel Copula	密度函数分布图呈 J 形,对变量的上尾变化敏感,但对下尾的变化反映较迟缓 <sup>[14]</sup>
	Clayton Copula	密度分布分布图呈 L 形,对变量的下尾变化敏感,但对上尾的变化反映较迟钝
	Frank Copula	密度函数分布图呈 U 型,适合对称型变量关系,但对尾部相关性描述不理想

(2) 计算各不同观测站点数据的 Spearman 相关系数<sup>[15]</sup>,根据正负性初步判断不同路基类型的路基两侧高度变形的相关性。

(3) 根据边缘样本数据 $(x_i, y_i)$ 拟合出边缘分布的经验分布函数 $\hat{F}_i(x_i)$ 、 $\hat{G}_i(y_i)$ ,分别定义 $\hat{u}_i$ 、 $\hat{v}_i$ 并做出这两个变量经验分布函数的散点图,初步判断观测站点左右两侧的样本数据服从的分布函数并检验。

(4) 由(1)中的变量  $X$  和  $Y$  的正(负)相关性,根据表 2 选择正(负)属性的备选 Copula 族  $c_b, b = 1, 2, \dots$ 。

表 2 相关属性对应备选 Copula 模型表

相关属性	正	负
备选 Copula 模型	t-Copula、Gauss Copula、Gumbel Copula、Frank Copula、Clayton Copula	t-Copula、Gauss Copula、Frank Copula、Clayton Copula、Nelsen Copula

(5) 采用极大似然估计法得到备选 Copula 族中  $c_b$  的参数向量的估计值  $\hat{\theta}_b$ <sup>[16]</sup>。

(6) 基于各个  $C_b(u, v, \hat{\theta}_b)$  随机生成理论的联合估计样本 $(u_i, v_i), i = 1, 2, \dots, n$ ,并做出散点图。

(7) 基于最小二乘误差的原理,计算出各个 Copula 模型下的偏差距离,为:

$$d_b(u_i, v_i) = \sum_{i=1}^n ((u_i - \hat{u}_i)^2 + (v_i - \hat{v}_i)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

选择偏差距离最小的 Copula 函数  $C_0 = \{b | \min(d_b(u_i, v_i), b = 1, 2, \dots)\}$  作为变量  $X$  和  $Y$  的相关结构。

(8) 根据 AIC 准则,即在熵的概念上提供一种权衡估计模型复杂度和拟合数据优良性的标准,备选模

型中 AIC 最小的为最佳模型,对 Copula  $C_0$  做拟合优度检验。

## 2.2 路基两侧的变形主导统计分析

### 2.2.1 相关性变形主导变量判断理论基础

借助偏度系数实现主导方向的判定<sup>[17]</sup>:对于线性回归方程  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ ,通过数学期望及三阶中心矩处理:

$$\rho_{XY}^3 = \frac{E(Y - E(Y))^3}{\sigma_Y^3} \bigg/ \frac{E(X - E(X))^3}{\sigma_X^3} \quad (5)$$

式中:  $\rho_{XY}$ —— $x$  与  $y$  之间 Pearson 相关系数,  $|\rho_{XY}| \leq 1$  时,则可推断出  $|\hat{\gamma}_Y| \leq |\gamma_X|$ 。

### 2.2.2 线性回归特征下主导变量判定算法

(1) 建立两个随机样本  $X$  和  $Y$  的线性回归方程,存在如下两种形式:

$$\begin{cases} Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon_1 \\ \varepsilon_1 \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_1}^2) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} X = \alpha_0 + \alpha_1 Y + \varepsilon_2 \\ \varepsilon_2 \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_2}^2) \end{cases} \quad (7)$$

(2) 对建立的线性回归方程,基于被解释变量  $Y$  使用最小二乘估计出回归参数  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ 。

(3) 采用  $t$  统计量的方法对方程的回归系数进行显著性检验。

(4) 由样本数据 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$ ,估计出变量  $X$  和  $Y$  的样本偏度系数为:

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_X &= \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \\ \hat{\gamma}_Y &= \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^3}{\left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (8)$$

(5) 比较  $|\hat{\gamma}_X|$  和  $|\hat{\gamma}_Y|$  的大小,若  $|\hat{\gamma}_X| > |\hat{\gamma}_Y|$ ,则说明线性回归效应下,  $Y$  对  $X$  具有依赖关系,即  $X$  是主导型变量,  $Y$  是响应变量。反之,若  $|\hat{\gamma}_X| < |\hat{\gamma}_Y|$ ,则  $Y$  为主导型变量,  $X$  为响应变量。

## 3 路基变形相关性分析及主导方向判定工程实践

本文的现场数据检测时间从 2010 年 1 月—2019 年 10 月,跨度长达 118 个月。选取路基类型为碎石护坡、片石护道的 K 1 425 + 350 观测点,路基类型为一般路基的 K 1 447 + 750 观测点,路基类型为一般路基、

骨架护坡的 K 1 449 + 750 观测点和路基类型为一般路基、骨架护坡、碎石护坡、护道的 K 1 568 + 800 观测点,左右两侧路基高程变化数据,部分数据如表 3 所示。

表 3 不同测点路基两侧高度变化(mm)

K 1 425 + 350		K 1 447 + 750		K 1 449 + 750		K 1 568 + 800	
左侧	右侧	左侧	右侧	左侧	右侧	左侧	右侧
-10	-11	-2	-4	-1	-1	-15	-16
13	17	-6	-5	-3	-1	5	6
6	5	-8	-8	10	11	7	5
2	4	1	-3	-14	-16	-8	-3
-9	-10	12	12	10	12	1	0
4	3	-3	-1	1	3	-6	-7
9	9	6	6	-1	-3	-2	-7
0	5	2	0	7	5	13	16
-8	-13	5	7	-16	-10	5	6
6	4	-6	-11	-9	-7	-7	-5

3.1 路基两侧变形相关性分析

(1) 对各组数据进行异常值检验,检验结果为仅有 K 1 449 + 750 处的样本数据存在异常值,其余 3 组样本均无异常值。K 1 449 + 750 处异常值位置如图 1 所示。

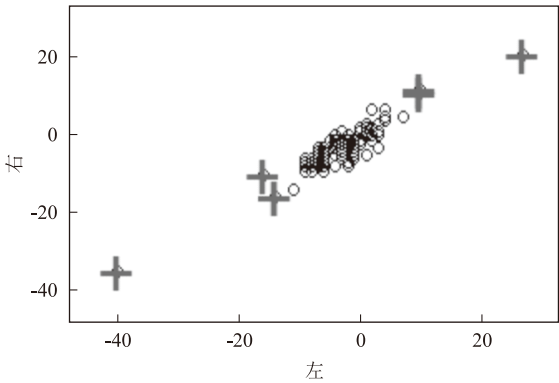


图 1 K 1449 + 750 异常值检验图

使用边界值替代异常值后,分别计算 4 组数据的 Spearman 相关系数指标,结果如表 4 所示。

表 4 不同路基观测站点两侧高度变化 Spearman 相关系数表

不同路基	K 1 425 + 350	K 1 447 + 750	K 1 449 + 750	K 1 568 + 800
Spearman 相关系数	0. 865	0. 906	0. 823	0. 865

由表 4 可知,不同路基类型两侧高度的变形呈正相关且相关性极高, Spearman 相关系数在 0. 8 以上,极其显著,说明青藏铁路运行期间,多年冻土区路基两侧高度变形基本满足一致性。

(2) 分别做 4 个观测站点左右两侧的样本数据概率密度函数估计图,初步判断两侧路基样本数据服从的分布函数,结果如图 2 所示:

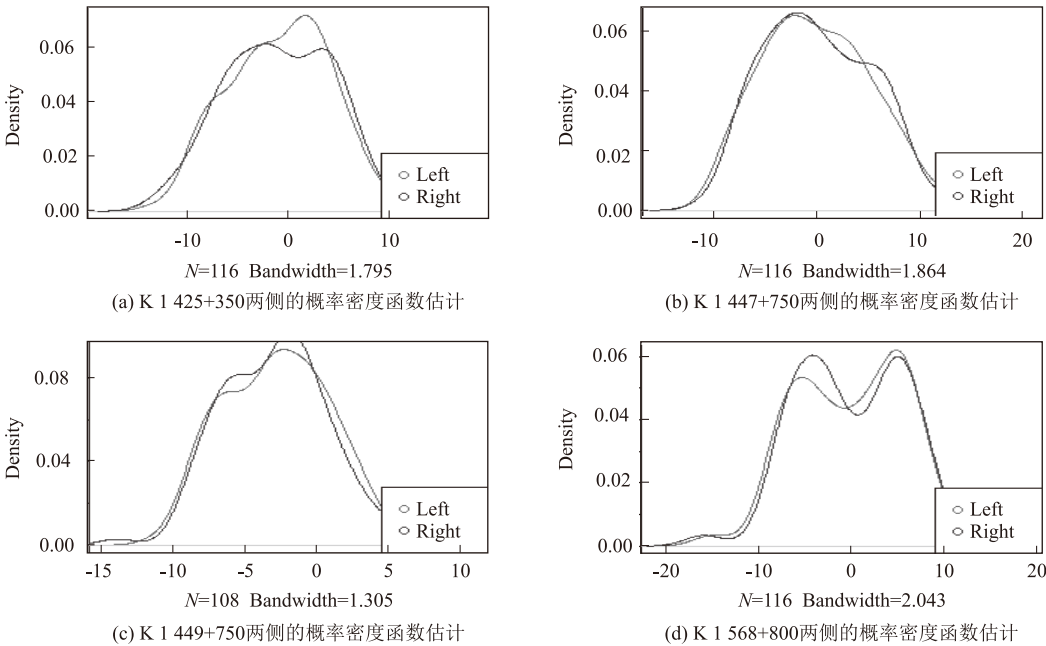


图 2 4 组样本数据的边缘概率密度函数估计图

由图 2 可知,4 组样本数据的边缘概率密度函数呈现集中性、对称性和均匀变动性,初步判断冻土各



类型路基两侧高度的变形情况服从正态分布。利用 K-S 检验法对其分布进行检验,结果如表 5 所示。

表 5 K-S 正态性检验 P 值结果表

观测 站点	K 1 425 + 350	K 1 447 + 750	K 1 449 + 750	K 1 568 + 800
左侧	0.499 1	0.417 8	0.201 7	0.0878 6
右侧	0.576 3	0.285 3	0.402 7	0.0853 1

由于 K-S 检验的  $P$  值均大于 0.05,故可认为样本边缘分布为正态分布。

(3)4 组不同路基类型的左右两侧路基变形趋势

为正相关,由表 2 可知,即从正属性的备选 Copula 族中选择左右两侧路基变形的最优相关性结构。

(4)依次对不同路基类型的数据组进行 2.1 节中的(4)~(6)步骤,拟合出最优相关性结构,做 4 组样本的经验分布函数( $\hat{u}_i, \hat{v}_i$ )其中  $\hat{u}_i = \hat{F}(x_i)$ 、 $\hat{v}_i = \hat{G}(y_i)$  的散点图和基于最小偏差距离求得的 Copula 函数生成的理论联合估计随机样本( $u_i, v_i$ )散点图,如图 3 所示。

(5)基于 AIC 准则对每个正属性备选 Copula 族中的 Copula 函数进行拟合优度检验,结果如表 6 所示。

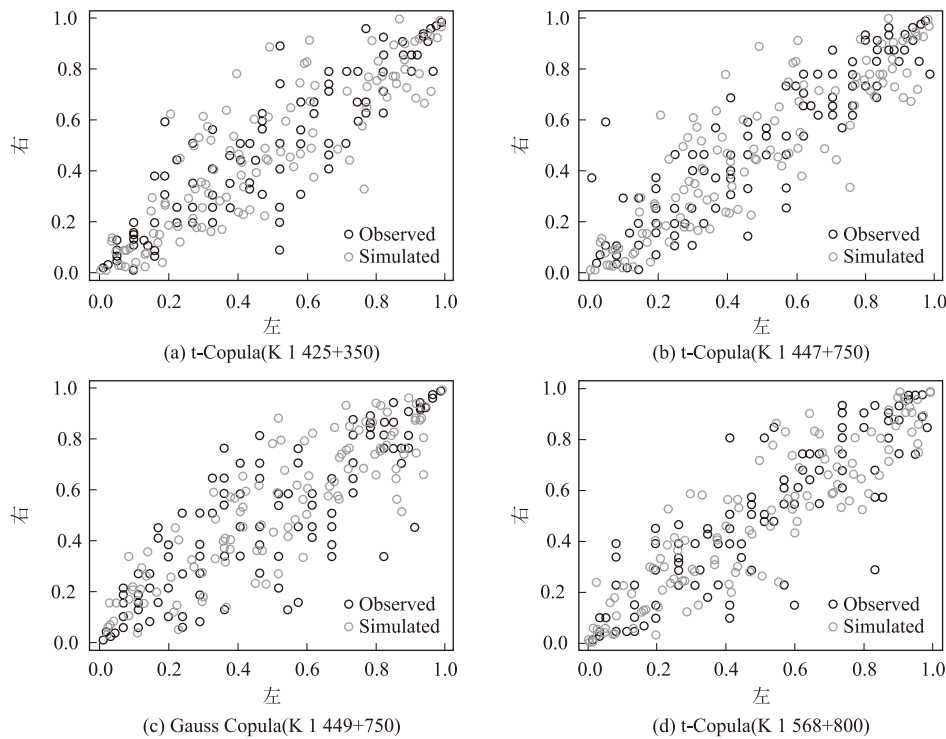


图 3 根据最小偏差距离选出的最优 Copula 模型

表 6 最优相关结构表

样本观 测站点	最优相 关结构	参数 估计值	AIC	尾部相 关系数
K 1 425 + 350	$t$ -Copula	0.9, 2	-195.03	0.714
K 1 447 + 750	$t$ -Copula	0.9, 4.04	-179.84	0.634
K 1 449 + 750	$t$ -Copula	0.82, 30	-106.59	0.085 5
K 1 568 + 800	$t$ -Copula	0.87, 5.61	-156.13	0.527

由表 6 可知,4 组样本数据的相关结构中  $t$ -Copula 对应的 AIC 值最小,即路基两侧变形的最优相关结构为  $t$ -Copula 函数,这说明多年冻土区路基两侧变形具有对称性且上、下尾部相关性较强的

特点;不同观测站点本身的地理因素和外界影响有所差异, $t$ -Copula 的参数估计不同,导致尾部相关系数有差异;整体而言,两侧路基的变化量尾部显著相关。

3.2 路基两侧变形主导性统计分析

根据 2.2.2 节中所述在线性回归特征下判断主导变量的算法步骤,首先令多年冻土区左侧路基的高度变化量为解释变量,右侧路基的高度变化量为响应变量,得到 4 组样本数据都满足线性回归方程,其回归系数都显著不为 0,且  $F$  统计量显著。基于上述结论,做出线性回归效应下路基两侧的主导方向相依的判断,结果如表 7 所示。

表 7 线性回归效应下变形主导方位的判断结果表

观测站点	回归方程	<i>t</i> 统计量	<i>F</i> 统计量	左侧样本偏度系数	右侧样本偏度系数	主导方位
K 1 425 + 350	$y = 0.954x$	19.638	385.7	0.062	0.305	右侧
K 1 447 + 750	$y = 0.862x$	21.25	451.7	0.296	0.178	左侧
K 1 449 + 750	$y = 0.82x$	13.805	190.6	0.087	0.151	右侧
K 1 568 + 800	$y = 0.89x$	21.16	447.7	-0.160	-0.092	左侧

从表 7 可以看出,多年冻土区路基两侧变形符合线性回归方差的模型,由两侧样本数据的偏度系数可看出,路基两侧的变形模式几乎均等性相依,且不同的观测站点由于内部因素和外部影响的差异,变形主导的方向不同。整体而言,全线铁路的变形主导方位占比接近 1 : 1。

4 路基养护措施建议

基于本文对 4 个不同观测站点的路基左、右两侧变形及主导方向判断的工程实践结果,给出以下路基养护措施建议:

(1) 加强对于多年冻土区的勘测和研究,全面掌握青藏高原多年冻土区和季节性冻土的分布情况,进行冻土现象的区域划分工作,掌握可能出现地下冰、冻胀丘、热融下沉等灾害的区域。

(2) 修建冻土区路基时,应该注意调整铁路的弧度和路基的填充方式,避免路基沉降致因侧承受过大的荷载,加速冻土的流变及融沉,导致路基下沉的问题出现。

(3) 对于 K 1 449 + 750 处观测站点,从 2010 年 1 月 - 2019 年 10 月左、右路基高度变化值中融沉冻胀异常点,即左侧路基 9 个、右侧路基 9 个异常值点处需要引起铁路养护部门的重点监测。

(4) 青藏高原多年冻土区全线铁路运行时,铁路养护部门要实时监测多年冻土区路基的高度变化,尤其是主导方位的变形情况,避免因不及时的整治导致另一侧也出现严重的地质灾害。

5 结论

青藏高原独特的地理环境导致多年冻土区沿线的路基都不同程度地出现了冻胀、融沉等地质灾害,研究多年冻土区路基两侧变形的相关性和对其变形的主导方位进行判断十分重要的意义。本文以青藏铁路多年冻土区路基变形的数据为研究对象,利用箱线图查找异常值的原理分别对其进行异常值检验,

再基于 Copula 理论给出了路基两侧变形相关性分析的建模步骤,确定路基两侧变形的相关性结构,并依据不同 Copula 族特征对其进行相关性分析,实现多年冻土区路基两侧变形的主侧方向判定,得出的主要结论有:

(1) 基于 Copula 理论确定冻土区路基两侧变形的最优相关性结构为 *t* - Copula,说明了多年冻土区路基两侧变形具有对称性且上、下尾部相关性较强的特点,即若路基一侧出现大幅沉降变形,则很容易导致另一侧路基高程沉降幅度变大。

(2) 通过相关性变形的变量主导方向判断理论判别,实现了路基两侧主要沉降变形诱导侧的确定,施工中应以此作为主要养护施工对象侧。

(3) 路基变形主要致因侧应重点检测力度,必要时采取加大热棒、片石护道、片石路肩、土护道等防护措施,避免因不及时的整治而导致另一侧也出现严重的地质灾害。本文相关性统计分析对保护冻土路基、设计路基形式以及铁路勘察和养护、维修都有重要意义,但针对温度和路基类型对多年冻土区路基两侧变形的相关性结构和影响的研究还需进一步扩展。

参考文献:

[1] 周幼吾, 邱国庆, 郭东信, 等. 中国冻土 [M]. 北京: 科学出版社, 2000.  
ZHOU Youwu, Guo Dongxin, Qiu Guoqing, et al. Geocryology in China [M]. Beijing: Science Press, 2000.

[2] 张尧庭. 我们应该选用什么样的相关性指标 [J]. 统计研究, 2002, 19(9): 41 - 44.  
ZHANG Yaoting. What Co-Relative Indicators should we Employ [J]. Statistical Research, 2002, 19(9): 41 - 44.

[3] FREEMAN J R. Granger Causality and the Times Series Analysis of Political Relationships [J]. American Journal of Political Science, 1983, 27(2): 327.

[4] 唐家银, 何平, 陈崇双. 相关性失效机械系统的可靠性分析方法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.  
TANG Jiayin, HE Ping, CHEN Chongshuang. Reliability Analysis Methods for Mechanical System Involving Failure Correlations [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2014.

[5] LI Binghui, ZHANG Jie, HOBBS B F. A Copula Enhanced Convolution for Uncertainty Aggregation [C]//2020 IEEE Power & Energy Society Innovative Smart Grid Technologies Conference. Washington, DC, USA. IEEE: 1 - 5.

[6] XU Shitian, LIU Chongru, SU Chenbo, et al. Correlation Analysis of Wind and Photovoltaic Power Based on Mixed Copula Theory and Its Application into Optimum Capacity Allocation [C]//2019 IEEE 3rd Conference on Energy Internet and Energy System Integration. Changsha,

## 参考文献:

- [1] 罗登辉. 高速铁路枢纽建设对城市空间发展的影响机制[J]. 今日财富, 2021(5): 9-10.  
LUO Denghui. Influence Mechanism of High-speed Railway Hub Construction on Urban Space Development [J]. Fortune Today, 2021(5): 9-10.
- [2] 陈远胜, 肖宣明. 合浦至湛江铁路引入湛江枢纽选线方案研究[J]. 铁道标准设计, 2014, 58(12): 21-25.  
CHEN Yuansheng, XIAO Xuanming. Research on Route Scheme of He-Zhan Railway Integrated into Zhanjiang Terminal [J]. Railway Standard Design, 2014, 58(12): 21-25.
- [3] 中铁二院工程集团有限责任公司. 改建铁路南宁至凭祥铁路扩能预可行性研究[R]. 成都: 中铁二院工程集团有限责任公司, 2010.  
China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd. Pre-feasibility study on capacity expansion of reconstructed Nanning-Pingxiang Railway [R]. Chengdu: China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., 2010.
- [6] 王俊冬. 广州—湛江客运专线引入湛江铁路枢纽方案研究[J]. 铁道运输与经济, 2018, 40(3): 63-68.  
WANG Jundong. A Study on Connecting Guangzhou-Zhanjiang Passenger Dedicated Line to Zhanjiang Railway Hub [J]. Railway Transport and Economy, 2018, 40(3): 63-68.
- [7] TB 10621—2014 高速铁路设计规范[S].  
TB 10621—2014 Code for Design of High Speed Railway[S].
- [8] TB 10098—2017 铁路线路设计规范[S].  
TB 10098—2017 Code for Design of Railway Line [S].
- (上接第78页)
- China. IEEE: 976-980.
- [7] CHEN Wen, ZHAO Guangyan. A Multivariate Correlation Degradation Model for Reliability Analysis Based on Copula [C] // 2020 Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS). Palm Springs, CA, USA. IEEE: 1-6.
- [8] ZHAO M, WU Z, ZHAO B, et al. Copula-Based Reliability Modelling of Wireless Sensor Networks with Dependent Failures [J]. International Journal of Sensor Networks, 2019, 31(2): 90.
- [9] 牛富俊, 林战举, 鲁嘉濠, 等. 青藏铁路路桥过渡段沉降变形影响因素分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(S2): 372-377.  
NIU Fujun, LIN Zhanju, LU Jiahao, et al. Study of the Influencing Factors of Roadbed Settlement in Embankment-Bridge Transition Section along Qinghai-Tibet Railway [J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(S2): 372-377.
- [10] 徐东升. 青藏铁路冻土路基融沉可靠性研究[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2017.  
XU Dongsheng. Study on the Reliability of Thawing Settlement of Permafrost Roadbed in the Qinghai-Tibet Railway [D]. Lanzhou: Lanzhou Jiatong University, 2017.
- [11] 袁莉芬, 朋张胜, 何怡刚. 基于 Copula 函数的光纤陀螺贮存可靠性评估[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(8): 58-65.  
YUAN Lifan, PENG Zhangsheng, HE Yigang. Evaluating Storage Reliability of FOG Based on Copula Function [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(8): 58-65.
- [12] 吴娟. Copula 理论与相关性分析[D]. 武汉: 华中科技大学, 2009.  
WU Juan. Copula Theory and Dependence Analysis [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2009.
- [13] Nelsen. R B. An introduction to copula [M]. Second ed. New York: Springer, 2006.
- [14] 余平. Copula-ETC 模型及其在投资组合中的应用研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2008.  
Yu Pin. Copula-ETC Model and its Application in Investment Portfolio [D]. Chongqing: Chongqing University, 2008.
- [15] 李裕奇, 赵联文, 王沁, 等. 非参数统计方法[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2010.  
LI Yuqi, ZHAO Lianwen, WANG Qin, et al. Non-parametric Statistical Methods [M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2010.
- [16] 李霞. COPULA 方法及其应用[M]. 北京: 经济管理出版社, 2014.  
LI Xia. Copula Method and its Application [M]. Beijing: Economy & Management Publishing House, 2014.
- [17] MUDDAPUR M V. On Directional Dependence in a Regression Line [J]. Communications in Statistics-Theory and Methods, 2003, 32(10): 2053-2057.