

文章编号: 1674—8247(2024)03—0098—06

DOI: 10. 12098/j. issn. 1674 - 8247. 2024. 03. 018

基于“一日一图”的列车开行方案优化方法

李传松¹ 万琛¹ 葛琦²

(1. 中国铁路上海局集团有限公司, 上海 200071; 2. 南京邮电大学, 南京 210046)

摘要:为解决“一日一图”实施过程中客运列车开行方案拟定的难点,基于客流需求构建了“一日一图”列车开行方案双层规划模型。在满足约束条件下进行下层随机用户均衡分配,通过控制最大断面上座率等策略,借助模拟退火算法进行求解。以沪宁城际高速铁路为例进行分析,结果表明:构建的模型运算效率高,能够极大缓解当前采用人工制定列车开行方案效率低下的问题,采用的优化方法具有重要的应用价值。

关键词:模拟退火算法;列车开行方案;一日一图;双层规划模型

中图分类号: U292 文献标志码: A

An Optimization Method for Train Operation Schemes Based on “Daily Train Timetabling”

LI Chuansong¹ WAN Chen¹ GE Qi²

(1. China Railway Shanghai Bureau Group Co., Ltd., Shanghai 200071, China;

2. Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210046, China)

Abstract: To address the challenges in formulating train operation schemes in the implementation of “Daily Train Timetabling”, a two-layer planning model based on passenger flow demands was constructed. Under given constraints, the lower layer involves stochastic user equilibrium allocation, while controlling maximum occupancy rates on critical sections, and utilizes the simulated annealing algorithm for solution. For testing this model, Shanghai-Nanjing Intercity High-speed Railway was taken as a case for study. The results of analysis reveal that the proposed model shows high computational efficiency, significantly alleviating the inefficiencies inherent in manually devising train operation schemes. The optimization method thus demonstrates considerable practical significance.

Key words: simulated annealing algorithm; train operation schemes; Daily Train Timetabling; two-layer planning model

1 “一日一图”概念和难点

1.1 “一日一图”概念

“一日一图”指根据每日客流需求而动态调整列车开行方案,通过实施不同运行图更加精准高效地服务客运需求。目前铁路实施的“一日一图”多以周为周期,根据客流在一周内的规律(即“周五至周一各不

同,周二至周四基本相同”),制定不同的列车开行方案。客流量较高的周五至周一合称为“周末”,客流量较低的周二至周四合称为“日常”,日常图和周末图分别组织运行线,形成“4+3”开行模式;部分城际高速铁路线路周一至周五合称“日常”,周六周日合称“周末”,按“5+2”模式组织实施^[1]。针对“一日一图”运营模式,编制合理的运行图和运行方案成为研究热

收稿日期:2022-09-10

作者简介:李传松(1982-),男,工程师。

引文格式:李传松,万琛,葛琦. 基于“一日一图”的列车开行方案优化方法[J]. 高速铁路技术, 2024, 15(3): 98-103.

LI Chuansong, WAN Chen, Ge Qi. An Optimization Method for Train Operation Schemes Based on “Daily Train Timetabling” [J]. High Speed Railway Technology, 2024, 15(3): 98-103.

点^[2-3]“一日一图”运营模式的实施是铁路应对市场化周期运行规律有益的探索。

1.2 列车开行方案制定的难点

基于客流波动的“一日一图”调整涉及到铁路运输生产过程中多部门协调联动,根据客流需求制定科学的列车开行方案是运能调整的源头,列车开行方案的科学性直接影响“一日一图”实施效果,最终决定铁路客运经营的质量和效益。目前,列车开行方案多采取人工定性定量分析方法,根据“有流开车、以流定编、无流停运”原则,依托客运积累的客流大数据,针对不同时期、时段的客流分布规律、波动规律、客座率数据和客票预售数据综合分析,结合列车开行效果评价制定方案。该方法十分繁琐且耗费精力,难以保证制定的列车开行方案为全局最优解。人工方法的低效制约了“一日一图”的大规模实施,急需精准高效的列车开行方案模型来替代。

2 “一日一图”列车开行方案的优化

很多学者采用“按流开车”的思想设计列车开行方案。史峰^[4]等建立双层规划模型用以剖析铁路部门和旅客的博弈关系,并采用模拟退火算法进行求解。苏焕银^[5]等则引入列车运行方案图,通过基于时刻表的高速铁路客流分配方法,采用底层配流、上层模拟退火算法进行求解。史峰^[6]等建立面向服务水平的高速铁路列车开行方案优化,进一步解决了高速铁路时段服务需求问题。叶玉玲^[7]等建立了不同目标下城际铁路列车开行频率模型。龙品秀^[8]等构建了不同需求日高速铁路列车开行方案协同优化模型。周文梁^[9]建立了基于候选集与弹性需求的城际铁路列车开行方案模型,在双峰型、平峰型客流分布条件下均取得较好结果。

铁路网络可表示为 $G = (V, E)$, 其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为车站集, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_{n-1}\}$ 为区间集, 车站 $v \in V$ 的始发终到能力为 F_v , 停站能力 S_v , 区间 $e \in E$ 时段通过能力为 M_e , OD 对 (r, s) 的实际出行人数 q_{rs} 。 h 类列车在车站 v 停站数为 $m(h_v)$, 记列车整体备选集为 $H = \{1, 2, \dots, h, \dots\}$, $h \in H$ 。 h 类列车发车数为 l_h , 编组数量为 b_h , p 为时段, 则列车开行方案 Ω 可表示为 $\Omega = (h, p, l_h, b_h)$ 。 y_h 和 g_h 分别为开行列车 h 中 8 辆和 16 辆编组列车的数量。

2.1 列车开行方案多目标模型

(1) 铁路运营费用。铁路运营费用主要包括固定成本、变动成本以及运输组织费用。铁路运营成本计算方法为:

$$\min Z1 = C_b \sum_{h \in H} (2g_h + y_h) \quad (1)$$

$$\min Z2 = C_u \sum_{h \in H} \sum_{e \in E} d_e (y_h + 2g_h) \quad (2)$$

$$\min Z3 = C_t \sum_{h \in H} \sum_{e \in E} d_e [(y_h A_h - q_{eyh}) + (g_h 2A_h - q_{egh})] \quad (3)$$

$$\min Z4 = C_m \sum_{h \in H} (g_h + \lambda y_h) \quad (4)$$

式中: $Z1$ ——固定成本, 本文主要考虑车辆固定使用成本, 即列车车底成本(元);

$Z2$ ——变动成本, 即列车公里费用(元);

$Z3$ ——列车客座虚糜费用(元);

$Z4$ ——运输组织费用, 本文主要考虑与列车相关的组织费用(元);

C_b 、 C_u 、 C_t 和 C_m ——一列 8 辆编组的列车车辆固定使用成本, 分别为距离公里费用、距离客座虚糜费用和动车运输组织费用(元);

d_e ——区间 e 的距离(km);

q_{egh} 、 q_{eyh} ——区间 e 开行列车 h 中 8 辆和 16 辆编组列车的客流量(人);

λ ——运输组织折算系数;

A ——8 辆编组列车的定员(人)。

(2) 旅客出行费用。从旅客出行的角度出发, 为追求出行最便捷、旅行时间短、出行成本最小化, 必须确保列车中途停站次数最少。本文以停站费用(即停站次数最少)为旅客运输费用 $Z5$, 计算公式为:

$$\min Z5 = C_z \sum_{h \in H} \sum_{v=v_2}^{v_{n-1}} m(h_v) \quad (5)$$

式中: C_z ——列车在中间站的停车成本(元);

$m(h_v)$ ——第 h 类列车在车站 v 的停站次数(次)。

(3) 最终多目标模型。铁路运输企业效益的最大化就是运输成本的最小化, 同时兼顾旅客出行费用最低, 通过加权建立列车开行方案多目标优化模型, 即:

$$\min Z = Z1 + Z2 + \tau Z3 + Z4 + Z5 \quad (6)$$

式中: τ ——客座虚糜成本放大系数, 用于平衡权重。

2.2 列车开行方案的约束条件

(1) 列车备选集约束。列车 h 仅限于列车运行整体备选集 H 中产生, 每日备选集可以根据实际情况进行调整。

(2) 列车 h 满足上下行编组 b_h 约束。列车 h 的编组分 8 辆编组和 16 辆编组, 即: $b_h \in \{8 \text{ 辆编组}, 610 \text{ 座}, 16 \text{ 辆编组}, 1220 \text{ 座}\}$ 。

(3) 时段始发终到能力约束。车站的始发和终到

列车数不能超过车站始发终到能力限制, F_v 为始发终到能力(列)。

(4) 全天通过能力约束。在区间 e 的通过列车总数不得高于规定上限列车数量约束 M_e (列), D 为全天时间。

(5) OD 最小值约束。处理某些时段小站小 OD 对的出行需求,如在高峰时段满足这些小站 OD 对,增加大站列车停站时间会造成高峰时段运能线条巨大浪费,记小于某一阈值时 OD_{lim} ; 当小站 OD 对小于某一个阈值时在高峰选择不分配,累积在相近的平峰时段予以分配满足出行需求。

(6) 列车周转约束。下行客流要与上行客流相互匹配,行开列车数量也受到上行发车相对约束,动车组因此得以周转运行,上下行列车编组 b_h 之和须相同。

(7) 车站停站能力约束。 h 类列车在车站 v 的停站数 $m(h_v)$ 不得高于规定上限列车数量约束 S_v (列)。

(8) 上下层模型约束。采取最大客流断面列车超员率约束,把客流密度最大的区间称为最大客流断面。列车开行数量和运载能力需满足时段最大断面整体的客流需求,即客流最大断面每一列列车均满足上座率约束或超员约束。

2.3 下层随机用户均衡模型的构建

下层分配模型是对上层规划列车开行方案中每一列列车进行客流分配,客流分配是列车开行方案的子问题。列车开行方案确定之后形成运行方案图(即具体的网络线条),乘客根据开行方案时刻表选择路径。按照最大效用原则,乘客总希望选择自己认知范围内广义费用最小的路径,实际情况中由于信息和路网熟悉程度差异,选择路径的随机性增加,最终达到一种随机均衡状态。路径的广义费用可以视为一个随机变量,用 Logit 模型加载后确定列车方案网络客流分配随机用户均衡数学模型。

$$\min Z = \frac{1}{\theta} \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \ln f_k^{rs} + \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w) dw \quad (7)$$

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \quad \forall r, s \quad (8)$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad (9)$$

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \quad (10)$$

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \quad (11)$$

式中: r ——起始车站;

s ——终到车站;

q_{rs} ——起讫车站出行客流量(人);

x_a ——弧段 a 上的客流量(人);

t_a ——弧段 a 上的广义费用,由非拥挤状态下耗时间 t_a^0 求得;

f_k^{rs} ——起点至终点选择路径 k 出行的客流量(人);

$\delta_{a,k}^{rs}$ ——0, 1 变量;

θ ——非负参数;

w ——OD 对。

3 开行方案求解算法

采用 MSA 算法求解下层客流分配问题。OD 加载采用是 one OD at a time 策略,按照由远及近策略进行 OD 加载,每分配完一次 OD 刷新一下路段、路径流量,最终得到整个开行方案每一列列车的上座率情况。OD 加载首先搜索每一 OD 对的有效路径的集合,进行初始化,计算区段广义费用;然后用 Logit 随机配流算法计算区段流量,按照连续平均法迭代公式进行计算并进行收敛性检查;若满足收敛条件,则停止迭代,否则继续直到满足条件^[10]。

用模拟退火算法求解上层模型。模拟退火算法效仿了固体的退火过程,加热升温时固体内部分子随温度升高变为无序状,对应为一个熵增和内能增的过程;在缓慢冷却固体时,内部分子又逐渐趋于有序,对应为熵减内能减的过程。模拟退火算法核心是邻域启发策略,启发策略好、扰动范围大、得到的新解若好于旧解,则及时接受并更新;如果差于旧解,则以一定概率接受或更新解。模拟退火算法鲁棒性强,能跳出局部最优解得到全局最优解。

邻域的构造和搜索是模拟退火算法的核心和关键,其有效性直接决定模型的成败。按照一定概率选择备选集扰动生成一组随机组合的列车开行方案,该方法的难点在于对于停站备选集多的线路(如超过 20 个以上),如何高效按概率生成列车方案集,及如何避免问题复杂化。学者们采取增删列车搜索策略,对关键大 OD 即大站直通列车优先进行分配,比较符合铁路售票策略,但很难确定停站数量,难以确定究竟停站次数多少更优。本文搜索策略根据 OD 分布概率情况扰动得到随机组合,扰动得到一组列车开行方案(包括开行列车的列数和不同编组情况),在当前客流需求下能够进行大规模组合计算,直接得到最优停站方案。模拟退火算法框架如图 1 所示。

上下层模型通过最大断面超员约束控制。此时最大断面服务水平略有下降,但其他断面客座虚糜能显著改善。大量计算结果表明,整体客座率约束很难刻画每一列列车某一区段具体虚糜和超员情况,而具体断面上座率约束能够异常精准地调控开行方案中

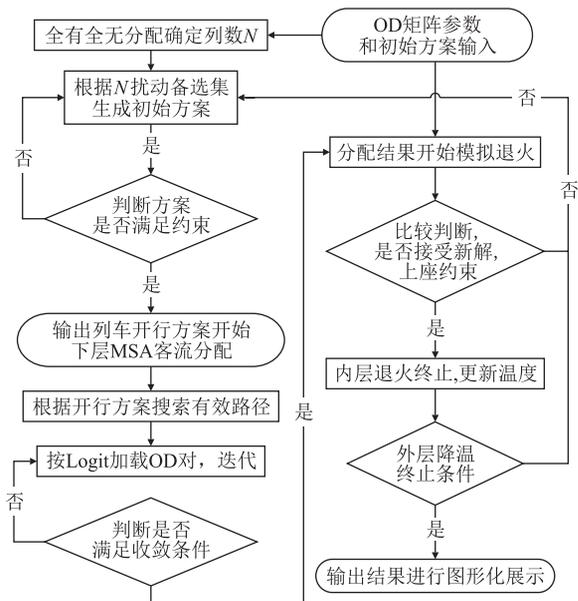


图1 模拟退火算法框架图

每一列列车每一区段上座率情况,极具实用价值。邻域扰动构建得到的开行方案经分配后最大断面每列列车均出现超员,且确保超员不超过上限人数约束。Z3可按式(3)计算,也可采用取虚糜客座数和超员人数标准差方式计算;由于虚糜成本占目标成本比重较小,计算结果差异较小,推荐采用式(3)计算。超员数根据实际运输组织情况决定,超员率过高将导致最大断面或次大断面服务水平低下。如片面追求最大断面不超员,则其他客流小的断面客座虚糜会更严重,进而降低开行方案经济性。

4 案例验证

4.1 沪宁城际高速铁路 OD 需求与基本参数

(1)沪宁城际高速铁路全长 301 km,沿途设 31 个站;沿线城市社会经济关联强,居民商务、探亲访友、旅游等各类出行频繁,选择城际列车出行旅客较多,其中南京、上海为办理列车始发终到作业的车站;沿途大站有镇江、常州、无锡、苏州、昆山等站,仅办理旅客乘降作业。沪宁城际高速铁路线路如图 2 所示。



图2 沪宁城际高速铁路线路图

(2)选取 2019 年某周的 OD 进行分析。在选取日常和周末 OD 矩阵后,将全天 OD 矩阵划分 5 个时段,满足城际客流不同时段出行需求,更好方便旅客

出行,减少候车等待时间。经过多年运营,沪宁城际高速铁路目前已经形成一站直达、大站停靠、择站停靠等开行策略,其中大站停靠效益最佳。通过大站停靠兼顾沿途小站模式,实现对沿线大小站点的客流覆盖,7 大站客流占全天整体客流的 90%。因此,以 7 大站点为主研究列车开行方案,以 7 大站点为骨干的开行方案兼顾沿线小站,可实现最佳运行效益。七站相互之间共计 42 个方向,其中 OD 客流最大的是苏沪方向,其次是沪苏、宁沪、锡沪、昆沪、沪宁方向,这 6 个方向客流总量超过 5 000 人/d。全天 OD 对反映出当前运能情况下城市之间的紧密程度,OD 对越大,说明 2 个城市之间出行越紧密,越多的人选择城际铁路出行。沪宁城际高速铁路日常 7 大站 OD 分布如图 3 所示。

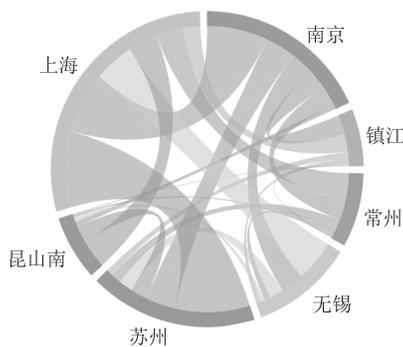


图3 沪宁城际高速铁路日常 7 大站 OD 分布图

(3)全天备选集列车开行方案共 8 种,设置列车方案备选集 $H = \{h|h = 1, 2, \dots, 8\}$, $h = 1$ 至 8 时列车方案,也可根据实际情况增减。此次备选集选择停 5 站的居多,可以根据日 OD 的不同选择停 4 站以适当增加备选集,也可增加各小站的覆盖面,便于程序选择最优方案。提高目标函数中停站权重系数进而增加停站部分在目标函数值的比重,可以计算得到停站次数较小的组合。沪宁城际高速铁路备选集示意如图 4 所示。

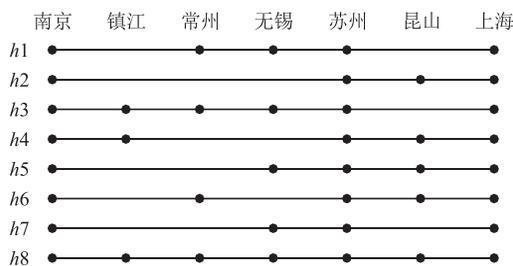


图4 沪宁城际高速铁路备选集示意图

(4)8 辆编组列车运行固定成本 8 万元,列车运行费用 90 元/km,停站费用 0.1 万/次,停站时间 2 min,

启动和停车附加时分1 min。列车运行速度300 km/h,8辆重联即16辆编组列车定员1 220人,最大断面超员率在16%(即8辆重连编组列车)区段最大超员控制在100人,乘客平均运价0.4元/km,始发终到能力、区段通过能力120列/d。

目标函数Z是5项费用加权和,其中列车车底成本Z1在五项费用占比最大。为提高客座虚糜成本Z3的权重,将其放大10倍。如果虚糜费用不大会导致目标函数权重小,模拟退火算法不易跳出局部最优解;而如果放大系数过大会造成虚糜费用权重过大,车底成本影响程度弱化,导致计算结果中出现车底增多,进而影响整体经济性。经不断调整验证计算,Z3放大10倍时算法计算效果最佳。

运输组织费用按高峰时段按16辆是8辆的1.2倍折算,平峰按2倍折算。每日高峰出行时段运行图线条十分宝贵,此时如果大量开行8辆编组列车(即开行高密度小编组列车)不利于运能释放,且浪费宝贵的高峰小时运行图运能。因此,高峰时段应优先开行大运能的16辆编组列车,以满足出行需求。高峰时段16辆双列编组列车和8辆单列编组列车不是简单的二倍关系,将16辆编组列车运输组织费用折算减小,让程序优选开行16辆编组列车,此时8辆编组列车如果是1,则16辆编组列车按1.2列8辆编组折算的效果最佳。

每天低频出行的平峰时段,此时客流密度不足以开行双列编组,客座有剩余,只能满足单列开行。如果开行双列编组十分不经济,如等待客流聚集后在开行双列编组会导致该时段客流候车等待时间过长,此时两者运输组织费用直接按2倍关系折算计算效果最佳。在模拟退火邻域启发策略中考虑到高峰时段和平峰时段的不同,邻域扰动构建时充分考虑到不同编组列车的权重,旨在优选最优列车开行方案。模拟退火算法收敛趋势如图5所示。

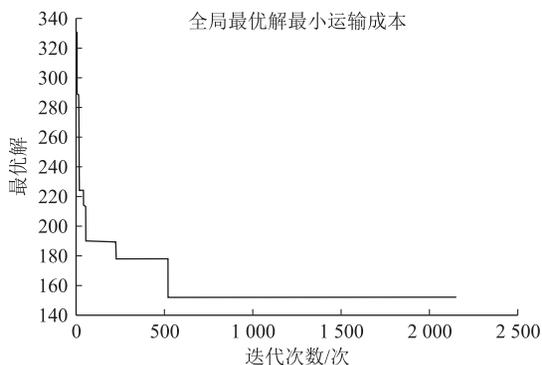


图5 模拟退火算法收敛趋势图

4.2 计算结果分析

(1)模拟退火算法分析。用Matlab编程将参数输入程序自动计算得到全天列车开行方案,电脑配置Intel(R)Core(TM)i5-9500 CPU@3.00 GHz。以南京至上海下行日常08:01—12:00时段为例,程序只用56 s即得到最优解,迭代次数2 500次。模拟退火范围较好确定,外层从600℃降温至100℃,内层退火次数50次计算效果最佳。下层MSA按100次计算即可满足客流分配收敛要求。给出的模拟退火算法收敛趋势图,全局最优解(即最小运输成本)迅速收敛。

(2)优化方案分析。以日常为例,南京至上海下行方向共计开行列车28列,其中7列8辆编组,21列16辆编组列车;上海至南京上行段共计开行列车21列,其中4列8辆编组,17列16辆编组列车。以周末为例,南京至上海下行方向共计开行列车28列,其中6列8辆编组,22列16辆编组列车;上海至南京上行段共计开行列车27列,其中11列8辆编组,16列16辆编组列车。

优化方案备选集选择情况。模型中各种列车随机组合在部分时段与客流需求契合很好,也出现选择备选集为2、7的情况(即开行停4站的列车),进一步降低平均旅行时间,改善乘客旅行的舒适度。同时也可以看出,选择停5站、6站的备选集最多。

优化方案列车座位总供给与实际区段客流情况。采取每列列车最大断面超员100人就能覆盖客流需求,以日常为例得到沪宁城际高速铁路断面客流分布如图6所示。其中下行苏州至昆山、昆山至上海区段少许超员,计算得出的方案客座虚糜远小于实际开行列车数,实际方案列车运能富余很大。全天总开行列车数降低有利于降低现场运输组织强度,预留更多运行图线条,便于沪宁城际高速铁路增开跨线列车,实现与其他高速铁路互联互通。沪宁城际高速铁路优化开行方案如表1所示。

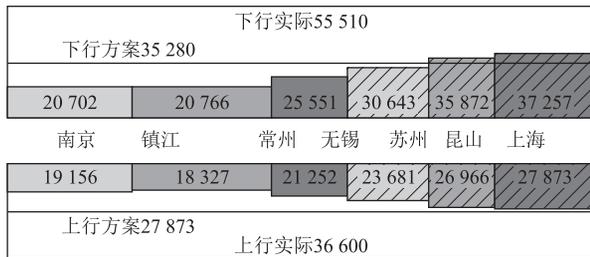


图6 沪宁城际高速铁路日常断面客流分布图(人)

5 结束语

为缓解“一日一图”实施过程中人工制定列车开

表1 沪宁城际高速铁路优化开行方案表

时间	南京—上海备选集(日常)	列/8辆列	南京—上海(周末)	列/8辆列
05:01—08:00	3(2/2), 7(1/1), 8(2/2)	5/9	1(1/2, 1/1), 8(1/2)	3/5
08:01—12:00	1(3/2), 3(3/2), 5(1/2), 8(1/2)	8/16	1(1/1), 3(4/2), 6(1/2), 7(1/1), 8(1/2)	8/14
12:01—16:00	1(2/2, 1/1), 4(1/1), 5(1/2), 6(1/2, 1/1), 8(1/2)	8/13	1(1/1), 3(3/2), 6(1/2, 1/1), 7(1/2), 8(1/2)	8/14
16:01—19:00	2(1/1), 3(2/2), 5(1/1), 8(1/1)	5/7	1(1/2, 1/1), 2(1/2), 3(1/2), 8(2/2)	6/11
19:01—23:00	7(1/2), 8(1/2)	2/4	1(1/2), 5(1/2), 8(1/2)	3/6
时间	上海—南京(日常)	列/8辆列	上海—南京(周末)	列/8辆列
05:01—08:00	5(1/2), 8(1/2)	2/4	5(1/1), 8(1/2)	2/3
08:01—12:00	2(1/2), 3(1/2, 1/1), 8(2/2)	6/11	1(1/2), 3(2/2), 6(1/2), 8(1/1)	4/7
12:01—16:00	1(1/2), 2(1/1), 3(2/2, 1/1), 8(1/2)	6/10	1(1/2), 3(2/2, 2/1), 4(1/1), 6(1/1), 8(2/1)	9/12
16:01—19:00	3(2/2), 7(1/2), 8(1/2)	4/8	1(3/2), 4(1/2, 1/1), 6(2/2), 8(1/1)	8/13
19:01—23:00	3(1/2), 6(1/1), 8(1/2)	3/5	2(1/1), 3(2/2), 8(1/2)	4/7

注: 1(1/2)表示备选集1开行1列2列编组,即16辆编组

行方案效率低下的现状,构建了“一日一图”列车开行方案双层规划模型。该模型采取了灵活的邻域启发策略,备选集可根据时段需求变化进行调整,模型具有很强的适应性。通过控制最大断面上座率等策略,可精准调控各区段列车的上座率,进而直接得到开行方案中每一列车所有区段的上座率及整体客座率,最大程度挖掘出每一列车的经济效益。以沪宁城际高速铁路为例进行分析,结果表明,该模型运算效率高,结果远优于人工编排方案,开行方案优化方法具有重要的实际应用价值。

参考文献:

[1] 刘文峰. 关于客车实施“一日一图”的探讨[J]. 高速铁路技术, 2020, 11(S2): 9-13.
LIU Wenfeng. Discussion on the Implementation of “One Map a Day” for Passenger Cars [J]. High Speed Railway Technology, 2020, 11(S2): 9-13.

[2] 曲思源, 施俊泉. 宁启铁路开行动车组列车运营组织方案研究[J]. 高速铁路技术, 2017, 8(5): 78-83.
QU Siyuan, SHI Junquan. The Research on Scheme of Operation Organization of EMU in Nanjing-Qidong Railway [J]. High Speed Railway Technology, 2017, 8(5): 78-83.

[3] 曲思源, 荣剑, 徐瑞华. 京沪通道型高速铁路列车运行图结构分析[J]. 高速铁路技术, 2020, 11(3): 55-61.
QU Siyuan, RONG Jian, XU Ruihua. Analysis of Train Operation Diagram Structure of Beijing-Shanghai Corridor-type High-speed Railway [J]. High Speed Railway Technology, 2020, 11(3): 55-61.

[4] 史峰, 邓连波, 霍亮. 旅客列车开行方案的双层规划模型和算法[J]. 中国铁道科学, 2007, 28(3): 110-116.
SHI Feng, DENG Lianbo, HUO Liang. Bi-level Programming Model and Algorithm of Passenger Train Operation Plan [J]. China Railway Science, 2007, 28(3): 110-116.

[5] 苏焕银, 史峰, 邓连波, 等. 面向时变需求的高速铁路列车开行方案优化方法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2016, 16(5): 110-116, 135.
SU Huanyin, SHI Feng, DENG Lianbo, et al. Time-dependent Demand Oriented Line Planning Optimization for the High-speed Railway [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2016, 16(5): 110-116, 135.

[6] 史峰, 李彦霖, 胡心磊, 等. 面向服务水平的高速铁路列车开行方案优化[J]. 中国铁道科学, 2018, 39(5): 127-136.
SHI Feng, LI Yanlin, HU Xinlei, et al. Service Level Oriented Optimization of Train Operation Plan for High Speed Railway [J]. China Railway Science, 2018, 39(5): 127-136.

[7] 叶玉玲, 周云飞, 杨璐齐. 基于不同目标下的城际铁路列车开行频率优化[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2018, 46(4): 472-477.
YE Yuling, ZHOU Yunfei, YANG Luqi. Optimization Research on the Operation Frequency of Intercity Trains under Different Targets [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2018, 46(4): 472-477.

[8] 龙品秀, 史峰, 胡心磊, 等. 不同需求日高铁列车开行方案协同优化方法[J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(2): 310-318.
LONG Pinxiu, SHI Feng, HU Xinlei, et al. The Collaborative Optimization of Multi-day Line Plannings for High-speed Railway [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2019, 16(2): 310-318.

[9] 周文梁, 刘晓航, 姜敏, 等. 基于候选列车集与弹性需求的城际铁路列车开行方案优化[J]. 铁道学报, 2020, 42(3): 1-10.
ZHOU Wenliang, LIU Xiaohang, JIANG Min, et al. Optimization of Train Plan on Intercity Railway Based on Candidate Train Set and Elastic Demand [J]. Journal of the China Railway Society, 2020, 42(3): 1-10.

[10] 四兵锋, 毛保华, 刘智丽. 无缝换乘条件下城市轨道交通网络客流分配模型及算法[J]. 铁道学报, 2007, 29(6): 12-18.
SI Bingfeng, MAO Baohua, LIU Zhili. Passenger Flow Assignment Model and Algorithm for Urban Railway Traffic Network under the Condition of Seamless Transfer [J]. Journal of the China Railway Society, 2007, 29(6): 12-18.