

文章编号: 1674—8247(2025)02—0007—08
DOI:10.12098/j.issn.1674-8247.2025.02.002

考虑钢轨波磨三维几何的轮轨接触动力学分析

柯 妍^{1,2} 孙耀亮^{1,2} 潘自立³ 安博洋^{1,2} 王 平^{1,2}

(1. 西南交通大学高速铁路线路工程教育部重点实验室, 成都 610031;
2. 西南交通大学, 成都 610031; 3. 中铁二院工程集团有限责任公司, 成都 610031)

摘 要:钢轨波浪形磨损是影响列车运行稳定性与安全性的典型伤损形式。针对以往研究将其简化为二维几何不平顺的不足,本文拓展了考虑波磨三维几何的车辆-轨道耦合动力学模型,能够更准确地描述钢轨波磨处的轮轨冲击动力学和瞬时滚动接触力学行为。为深入探究波磨三维几何对轮轨滚动接触行为的影响,本文对比了所建模型与传统动力学模型(基于 Hertz-FASTSIM 算法求解)的差异。研究表明,(1)在车轮通过短波波磨的过程中,本文模型仿真得到的轮轨力波形呈现出双峰特征,揭示了波磨处于不稳定发展阶段特征;(2)本文模型所得接触斑在纵向和横向上均表现出显著的非对称性,且接触应力的瞬时变化更为剧烈,而传统模型的变化则相对平缓;(3)与传统模型相比,本文模型预测的钢轨波磨深度限值偏于保守,这主要是由于轮轨接触点的瞬时转移行为引发了更为剧烈的轮轨冲击力。然而,随着运行速度的增加,两种模型之间的差异逐渐减小,最终趋于一致。

关键词:波磨;三维几何不平顺;多体动力学;轮轨滚动接触;钢轨不平顺限值

中图分类号:U213.4⁺2 **文献标志码:**A

7

Analysis of Wheel-rail Contact Dynamics Considering the Three-dimensional Geometry of Rail Corrugation

KE Yan^{1,2} SUN Yaoliang^{1,2} PAN Zili³ An Boyang^{1,2} WANG Ping^{1,2}

(1. Key Laboratory of High-speed Railway Engineering of Ministry of Education,
Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;
2. Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;
3. China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., Chengdu 610031, China)

Abstract: Rail corrugation, a typical form of rail damage, significantly affects the stability and safety of train operations. To address the limitations of previous studies that simplified it as two-dimensional geometric irregularities, this study extended the vehicle-track coupled dynamics model to incorporate the three-dimensional geometry of rail corrugation, enabling a more accurate description of the wheel-rail impact dynamics and transient rolling contact mechanics at rail corrugation sites. To further investigate the influence of the three-dimensional geometry of corrugation on wheel-rail rolling contact behavior, this study provided a detailed comparison between the proposed model and the traditional dynamics model (using the Hertz-FASTSIM algorithm). The research findings indicate: (1) During the passage of wheels over short-wave corrugation, the wheel-rail force waveform obtained from the proposed model exhibits

收稿日期:2025-01-25

作者简介:柯妍(2000-),女,硕士研究生。

基金项目:国家自然科学基金基础科学中心项目(52388102)

引文格式:柯妍,孙耀亮,潘自立,等.考虑钢轨波磨三维几何的轮轨接触动力学分析[J].高速铁路技术,2025,16(2):7-14.

KE Yan, SUN Yaoliang, PAN Zili, et al. Analysis of Wheel-rail Contact Dynamics Considering the Three-dimensional Geometry of Rail Corrugation [J]. High Speed Railway Technology, 2025, 16(2): 7-14.

a double-peak characteristic, revealing the dynamic features of corrugation in an unstable development stage. (2) The contact patch shape obtained from the proposed model shows significant asymmetry in both the longitudinal and transverse directions, with contact stresses undergoing intense transient changes, while the traditional model exhibits relatively smoother variations. (3) Compared to the traditional model, the proposed model predicts more conservative limits for rail corrugation depth, primarily due to the intense wheel-rail impact forces caused by the instantaneous transfer of the contact point. However, as the operating speed increases, the difference between the two models gradually diminishes, eventually converging.

Key words: rail corrugation; three-dimensional geometric irregularities; multi-body dynamics; wheel-rail rolling contact; rail irregularity limits

钢轨波浪形磨损(简称“钢轨波磨”)是一种常见的伤损现象,广泛存在于国内外轨道交通系统中^[1]。当车辆运行在钢轨波磨区段时,其周期性的几何波动会引发剧烈的轮轨相互作用,容易造成轮轨滚动接触疲劳与磨耗。这不仅会恶化轨道服役状态,缩短轨道部件的使用寿命,还可能引发局部轨道结构突发性破坏,危及行车安全^[2-3]。因此,研究波磨条件下的轮轨接触动力学行为对于保障列车运行安全和平稳具有重要意义。

轮轨滚动接触相互作用的研究通常采用3种方法:现场测试、有限元方法和多体动力学方法。现场测试有助于了解真实的轮轨动力学响应,但其测试成本较高且无法测量局部接触应力特征^[4-5];有限元方法可以考虑轮轨真实几何特征与材料非线性等因素,常用于计算瞬态滚动接触行为、塑性变形与磨耗等,但其计算成本过高导致工程实践受限^[6-9];多体系统动力学具有较高的计算效率,常用于轮轨冲击的数值模拟中,但其对于轮轨接触行为的简化程度较高,仍需不断发展完善^[10-12]。

在典型多体系统动力学模型中^[13],轮轨间相互作用常基于 Hertz 接触理论与 FASTSIM 算法对轮轨力与接触局部应力进行计算。然而,由于该过程中对接触行为进行了简化,仅能考虑二维几何不平顺与点接触,且直接将轮轨间接触点简单假设为车轮中心纵向轨迹点,忽略了运行过程中轮轨间真实的接触行为及由此引起的接触力学行为变化,导致在计算轮轨动态相互作用时存在误差。对此,部分学者进行了深入研究。WU 和 THOMPSON^[14]提出了一种获取车轮中心轨迹的方法,通过对比发现,当车轮存在扁疤擦伤时,轮心轨迹与车轮扁疤轮廓存在显著偏差。PIERINGER 等^[15]研究了接触建模对车轮踏面磨耗引发冲击力的影响,分析了直接采用 Hertz 弹簧接触模型产生的误差,指出以车轮中心轨迹作为激励和以车轮轮廓接触变化作为激励的结果在轮轨冲击方面存在差异,同时

轮轨纵向接触几何形状也对轮轨冲击力有较大影响。BAEZA 等^[16]建立了精确的三维接触模型计算轮轨间动态响应,但未考虑车轮与钢轨的横向几何特征。因此,为提高多体动力学模型的计算精度,有必要考虑轮轨三维几何形状,获取真实轮心轨迹下的轮轨接触点与激励输入,从而更准确地分析轮轨冲击力与瞬时接触力学行为。

对于三维轮轨接触力学问题的求解,目前最为著名的是 Kalker 的精确理论,即 CONTACT 算法。精确理论利用 Boussinesq 力-位移公式求解轮轨间最小余能,并通过迭代求解复杂非线性方程,确定接触区、粘着区和滑动区的范围,最终获得轮轨接触应力与蠕滑力,为本文开展三维轮轨接触几何下的实时滚动接触计算提供了理论基础。

综上所述,本文在多体系统动力学中引入波磨三维几何不平顺模型,精确描述了三维接触几何下的真实轮轨接触点与几何间隙,并采用 CONTACT 算法求解轮轨动态力与局部接触解,系统揭示了二维与三维接触建模对轮轨接触动力学计算的影响机制,为钢轨波磨演化研究与防控策略的制定提供了理论支撑与分析手段。

1 考虑波磨三维几何不平顺的轮轨接触相互作用模型

1.1 车辆-轨道耦合动力学模型

基于车辆-轨道耦合动力学理论,本文建立了考虑垂向与纵向运动的车辆-轨道耦合动力学模型。车辆系统动力学模型主要由1个车体、2个转向架与4个轮对组成。每个部件考虑纵向、沉浮、点头3个自由度,从而能够模拟车辆在纵向与垂向平面内的运动。轨道模型主要由钢轨、扣件、混凝土道床板等组成;钢轨采用连续弹性离散点支撑梁模型,该模型在预测效果上更为精确,且仅考虑纵向伸缩、垂向振动;扣件系统采用沿纵向均匀分布的弹簧阻尼单元模拟;由于混

凝土道床板质量较大,本文将其假设为连续刚性结构。具体公式推导方法见文献[17],在此不再赘述。

摩擦系数 f 通常定义为全滑动条件下轮轨间切向接触力 F_T 与法向接触力 F_N 的比值,即切向最大接触力 F_T 可表示为两者的乘积 fF_N 。因此,在滚滑状态下,轮轨切向接触力在 $0 \sim fF_N$ 之间变化。假设摩擦系数 f 与速度无关,取0.3。列车牵引通过车轮上施加的驱动转矩 T_d 来模拟。在施加过程中,转矩从0线性增长至最大值,随后保持恒定。定义牵引系数 μ 来表征实际传递的切向力:

$$\mu = \frac{F_L}{F_N} \quad (1)$$

式中: F_L ——实际传递的轮轨切向力的纵向分量,对于驱动轮对表现为牵引力(kN);

F_N ——轮轨间法向接触力(kN)。

由于轮轨接触区能够传递的最大切向力由摩擦系数决定,因此存在 $\mu \leq f$ 。文中牵引系数均取为0.1。

1.2 考虑波磨几何不平顺的轮轨接触计算方法

1.2.1 考虑波磨二维几何不平顺的传统模型

传统模型中常将波磨定义为 x - z 平面内的余弦函数 z_{irr} :

$$z_{\text{irr}} = -\frac{d_c}{2}(1 - \cos(2\pi(x - x_0)/L_c)) \quad (2)$$

式中: d_c ——波磨波深(mm);

L_c ——波磨波长(mm);

x_0 ——施加波磨的起始位置。

在多体动力学模型计算中,本文将运动过程视为稳态滚动,采用迹线法确定接触点位置,并基于Hertz法向接触理论计算轮轨法向力,同时通过FASTSIM算法求解切向力。此外,输入光滑钢轨处的轮轨接触几何间隙,利用CONTACT算法计算法向与切向接触应力。然而,需要注意的是,该计算过程未考虑真实的轮轨接触行为,仅将给定的波磨二维几何不平顺作为车轮中心轨迹并作为激励输入。

1.2.2 考虑波磨三维几何不平顺的计算模型

在接触点 O 处引入笛卡尔坐标系 $Oxyz$,由于车轮可视为滚动刚体,其任意位置处的垂向坐标 z_w 可表示为:

$$z_w = R(y) - \sqrt{R(y)^2 - x^2} \quad (3)$$

式中: $R(y)$ ——车轮踏面横向坐标 y 处的车轮滚动半径(mm)。

随后,建立轮轨接触坐标系 $Ox'y'z'$,以轮轨接触点为原点 O ,轮轨滚动方向为纵轴 x' ,与轮轨接触平面垂直为 z' 轴,横轴为 y' ,此时接触坐标系下横向坐标与垂向坐标可表示为:

$$\begin{bmatrix} y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha - \beta) & -\sin(\alpha - \beta) \\ \sin(\alpha - \beta) & \cos(\alpha - \beta) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: α ——轮轨接触角;

β ——轨底坡。

将波磨不平顺横向视为抛物线型分布,如图1所示,将式(2)中二维几何拓展为三维空间下的波磨不平顺,得到的局部接触坐标系中由波磨引起的 z' 方向的几何差值 Δz 为:

$$\Delta z = z_{\text{irr}}(1 - (\frac{2y'}{w_c})^2) \quad (5)$$

式中: w_c ——波宽(mm)。

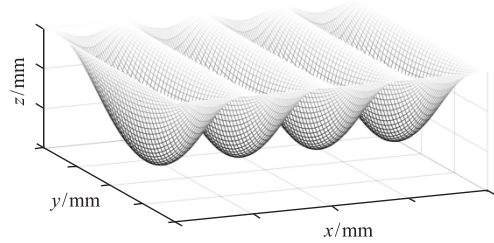


图1 三维波磨几何不平顺图

因此,绝对坐标系下考虑波磨三维几何不平顺的几何间隙 h 可表示为:

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha - \beta) & -\sin(\alpha - \beta) \\ \sin(\alpha - \beta) & \cos(\alpha - \beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y' \\ z' + \Delta z \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$h(x, y) = z_w(x, y) - z_r(x, y) \quad (7)$$

式中: z_w, z_r ——车轮与钢轨表面的垂向坐标。

随后,可写出接触区内变形 u 、几何间隙 h 与穿透量 δ 之间的关系式为:

$$\delta(x, y) = u(x, y) + h(x, y) \quad (8)$$

本文所提出的模型通过输入波磨波宽、波长、波深等参数,计算波磨三维不平顺下的轮轨接触几何间隙、轮轨穿透量及纵向蠕滑率等结果,并采用CONTACT精确理论求解,最终得到考虑波磨三维几何不平顺的轮轨力与各项接触解。

2 计算结果与分析

为探讨波磨三维几何不平顺对轮轨滚动接触力学行为的影响,利用传统模型作为对照进行对比分析。

2.1 典型工况对比

在钢轨上施加长40.0 mm、深0.2 mm、宽40.0 mm的波磨不平顺,为便于描述,假设在 $t=0$ s时施加波磨。由于所选波磨宽度足够大,在车轮滚动过程中,接触点的横坐标基本保持不变,因此本节主要分析纵向与垂向运动的结果。

当车轮以80 km/h的速度通过上述波磨不平顺时,得到的轮轨力如图2所示。由图2可知,两种模型

计算结果的差异主要体现在以下3个方面。(1)轮轨力变化的起始点存在差异。尽管波磨从 $t=0$ s处开始施加,本文模型所得的接触力在此之前已经开始减小。这是由于本文模型的接触力由接触斑上的接触应力计算得到,当接触斑接近波磨时,由于钢轨表面几何高度的降低,接触斑减小,导致接触力开始变化,即波磨的影响在接触点抵达前便已开始作用。与之相反,传统模型采用点接触假设,只有当接触点到达波磨时,接触力才开始发生变化。(2)轮轨力波动的波形不同。在一个周期内,传统模型的轮轨力波形与所设波磨不平顺几何形状较为相似,均表现为单一波峰,而本文模型的轮轨力波形则呈现双波峰现象,这表明此时钢轨表面的波磨仍处于不稳定发展阶段。双峰现象的原因将在后文详细阐述。(3)本文模型所得的轮轨力峰值大于传统模型。以 $t=0.002\sim 0.004$ s时间段为例,本文模型所得的轮轨法向力最大值为175.57 kN,为传统模型法向力最大值142.76 kN的1.23倍;切向力最大值为13.52 kN,为传统模型最大值7.92 kN的1.7倍。

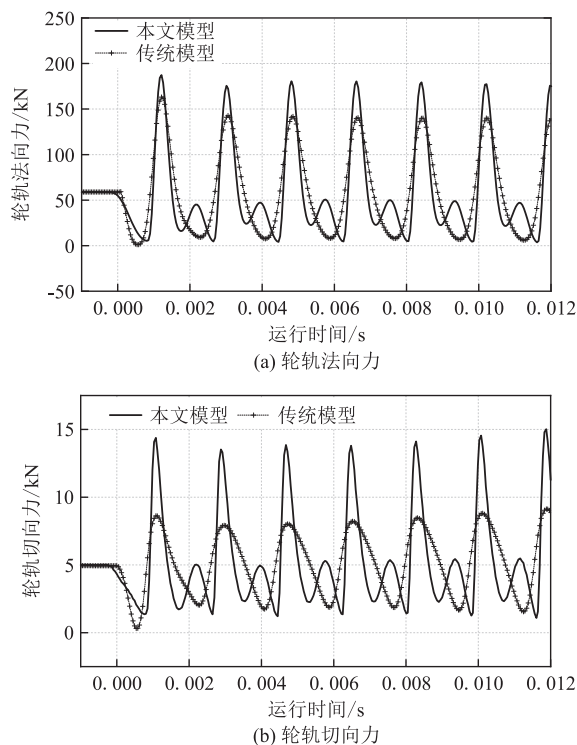


图2 波磨几何不平顺下两种模型动态接触力对比图

该工况下车轮滚动过程中最大接触应力的结果如图3所示。由图3(a)可知,两种模型法向最大应力计算结果的规律与差异和轮轨力几乎一致。同样对 $t=0.002\sim 0.004$ s时间段进行分析,本文模型所得的法向最大应力为1 862.88 MPa,最小值为438.31 MPa,两者之比为4.25,大于传统模型的比值2.13,表明本文模型法向接触应力的最大值变化更为剧烈。由

图3(b)可知,相比其他结果,切向最大应力随时间的变化曲线周期性波动不明显,整体而言,本文模型所得切向最大应力的波动更为剧烈,其原因也将在后文进行阐述。

综合对比来看,本文模型轮轨接触应力仿真结果变化更为剧烈,将引起更为严重的钢轨表面不均匀磨损与塑性应变,因此,在钢轨伤损相关研究中需充分考虑轮轨的三维接触几何。

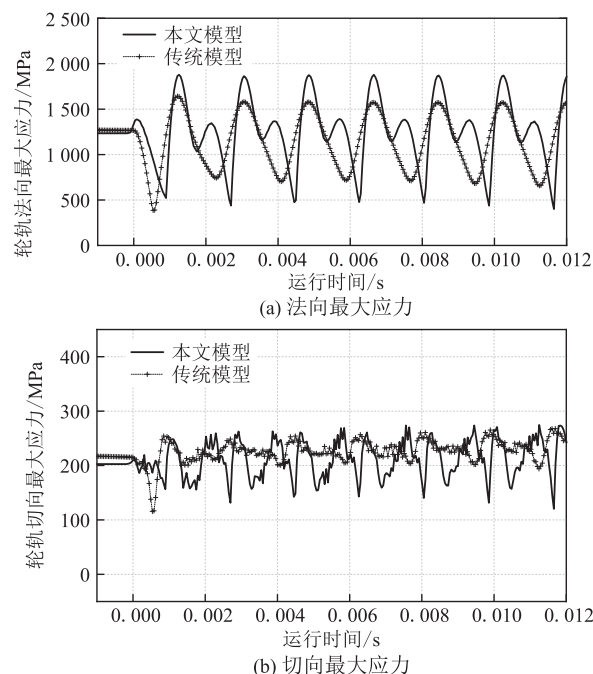


图3 波磨几何不平顺下两种模型接触应力对比图

接下来,对该工况下轮轨瞬时接触行为进行分析。在车轮通过波磨区域的运行过程中,选取相同时间间隔的8个时刻进行对比分析。两种模型8个时刻下的接触点位置分布如图4所示。值得注意的是,尽管两种模型相同时刻接触点位置存在差异,但车轮中心沿运行方向的纵向位置保持一致,即空心圆所标识的位置。通过对比可以发现,传统模型的接触点在运行距离上呈现均匀分布的特征,即在相同时间间隔内,车轮中心的运行距离保持一致。本文模型的接触点分布则表现出显著的非均匀性,整体呈现出波峰处密集、波谷处稀疏的特征。在 t_1 时刻,两种模型接触点位置相同,但在后续的运行中却逐渐分离。以 t_4 时刻为例,相比于空心圆所代表的车轮中心纵向位置,实心圆在纵向上明显滞后,表明此时车轮后缘与钢轨发生接触。而在 t_5 时刻,实心圆出现在空心圆之前,表明接触点已转移至车轮前缘。由于本文模型充分考虑了车轮与波磨的三维几何特征,能够准确模拟波谷处接触点的瞬时转移行为。相比于传统模型接触点的均匀移动,接触点瞬时转移现象会激发更高的轮轨冲击力,这就

是图2中本文模型轮轨力第一个峰值大于传统模型的原因。至于第二个峰值,则是由于轮轨系统振动引起的动态响应所致。尽管两种模型在整个运行过程中接触点位置的分布特征存在显著差异,但通过整个波磨区域的时间大致相同,即在开始经历新的波磨时,两种模型的接触点位置基本一致。

图4(a)中对应时刻的两种模型接触斑分别如图4(b)、图4(c)所示。为便于对比分析,将接触点坐标置于原点处,接触斑滑动区用灰色圆点圈出。通过对比可以发现,两种模型所得接触斑在形状上存在显著差异。传统模型在计算中始终输入钢轨光滑处的几何间隙,因此接触斑的形状变化较小,但接触斑面积变化显著;而本文模型所得接触斑在纵向和横向上均

呈现出明显的非对称特征。为更好地理解这种差异的原因,分别取钢轨光滑处、 t_3 时刻、 t_5 时刻的轮轨几何间隙进行分析,如图5所示。由图5(a)可知,传统模型计算中输入的几何间隙,其在纵向上呈对称分布。由图5(b)、图5(c)可知,中轮轨间几何间隙在纵向上不再对称。综合对比发现,几何间隙形状与对应接触斑形状一致。这表明本文模型在考虑轮轨三维几何后,能够实时获得车轮滚动过程中真实的几何间隙,从而提高了计算结果的准确性。

将图4(b)、图4(c)中接触斑分别沿 $y=0$ 截面剖开,即可得到横向中心处的法向应力与切向应力分布。由图4(d)可知,与传统模型相比,本文模型计算的法向应力峰值变化更为剧烈,且整体幅值显著高于传统

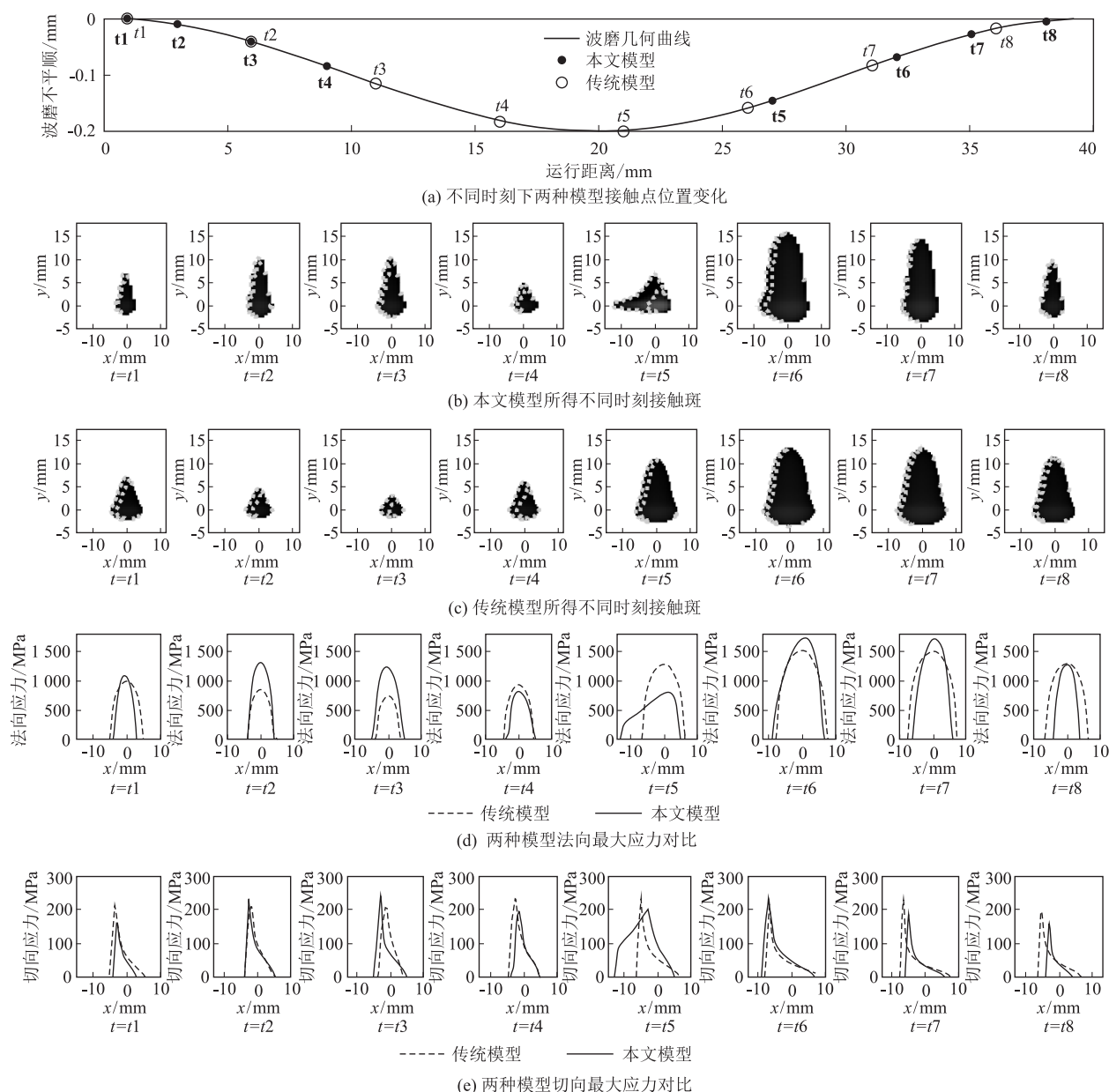


图4 两种模型轮轨接触解对比图

模型。然而,在波磨波谷附近,由于波磨曲率半径与车轮曲率半径趋于一致,轮轨接触区形成了更紧密的贴合,导致接触斑在滚动方向上的长度显著增加,使得本文模型计算的法向应力峰值低于传统模型。

结合图4(e)、图4(b)、图4(c)可知,本文模型

的粘滑分布变化更为显著。在 $t=5$ 时刻,本文模型的滑动区比例达到70%,而传统模型的最大滑动区比例仅为57%。本文模型由于接触斑几何形状和粘滑分布比例的剧烈变化,导致图3(b)中切向最大应力的显著剧烈波动。

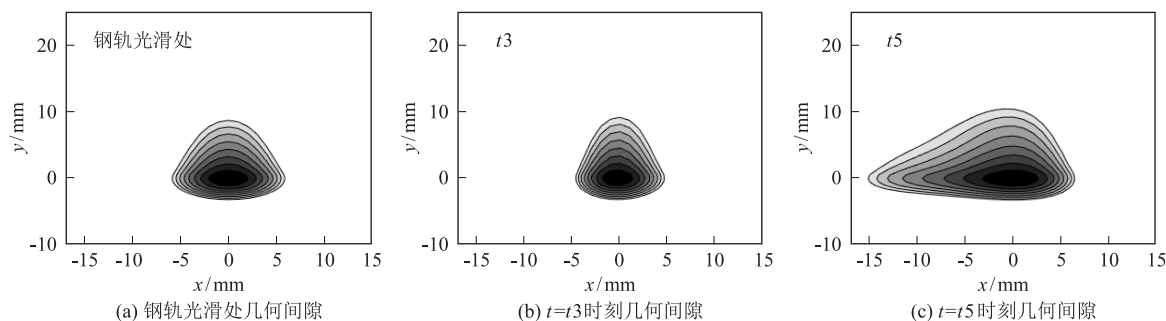


图5 轮轨间几何间隙图

2.2 钢轨波磨三维几何不平顺形状的影响

通过选取18组不同波长和波深的波磨工况,系统探究了波磨几何形状对轮轨接触力的影响。设定波磨波宽为40 mm,运行速度为80 km/h。计算得到的不同工况下轮轨法向力峰值如图6所示。当波长为20 mm时,传统模型的轮轨法向力峰值随波深增大而显著增加,而本文模型的变化较小,甚至在波深为0.2 mm和0.3 mm时几乎未发生变化。这一现象的原因是,在20 mm波长的波磨条件下,本文模型由于考虑了车轮与钢轨的三维几何形状,在波磨波谷附近出现了接触点的瞬时转移现象,车轮中心的下降距离远小于波磨不平顺深度,此时波深的增加对接触点移动几乎没有影响。类似地,当波长为40 mm时,波磨深度由0.2 mm增至0.3 mm的过程中,本文模型轮轨法向力峰值增长缓慢也源于这一机制。

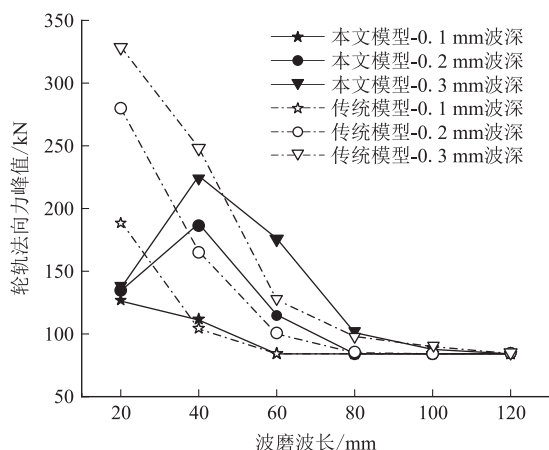


图6 轮轨法向力峰值图

在波长为40 mm至120 mm的区间内,两种模型的轮轨法向力峰值均表现出随波长增大而减小、随波

深增大而增大的趋势。在一定波长范围内,本文模型计算得到的轮轨法向力峰值显著高于传统模型,这一现象已在前文中进行了详细分析。然而,随着波长的持续增大,两种模型对轮轨接触力的预测差异逐渐减小。

相同工况下两种模型计算得到的切向力峰值结果如图7所示。由图7可知,波磨几何形状对切向力峰值的影响规律与法向力峰值基本一致。然而,随着波长的增加,本文模型计算得到的轮轨切向力峰值始终高于传统模型的结果。这一现象表明,本文模型由于精确考虑了接触斑的几何形状和粘滑分布特性,在轮轨切向力的计算中具有更高的精度和可靠性。

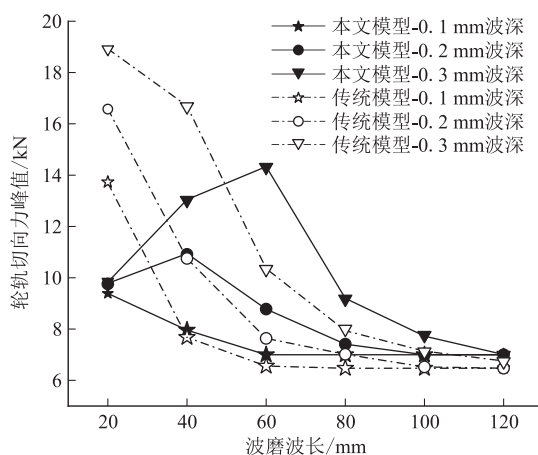


图7 轮轨切向力峰值图

2.3 限值计算结果对比

钢轨波磨几何不平顺显著加剧了轮轨间的冲击作用力,为确保列车在轨道上的平稳安全运行,相关标准对波磨的几何限值进行了严格规范。其中,轮轨力作为评估这一影响的关键指标,在我国相关标准中有明

确规定。例如,根据 TB 10761-2024《高速铁路工程动态验收技术规范》^[18],当动车通过直线、曲线、道岔和桥梁等路段时,导向轮对每个车轮作用于轨道的垂向力峰值极限值为 170 kN。基于这一限制标准,分别选取 80 km/h、120 km/h 与 160 km/h 三种速度,利用本文模型和传统模型计算钢轨波磨几何不平顺的限值,计算结果如图 8 所示。两种模型计算得到的限值结果均呈现出随波磨波长增大而增大、随运行速度增大而减小的趋势。然而,在相同速度条件下,本文模型所得限值低于传统模型的结果。这是由于在大波深条件下,本文模型能够模拟轮轨接触点的瞬时转移现象,从而产生更为剧烈的轮轨冲击力,导致限值计算结果偏于保守。值得注意的是,随着运行速度的增大,两种模型所得限值的差异逐渐减小。在 160 km/h 的速度下,两种模型的限值结果几乎一致。这一现象的原因是,随着速度的增加,两种模型轮轨冲击作用均显著增强,在较小的波深条件下即可达到限值要求,因而未体现出两种模型的差异性。

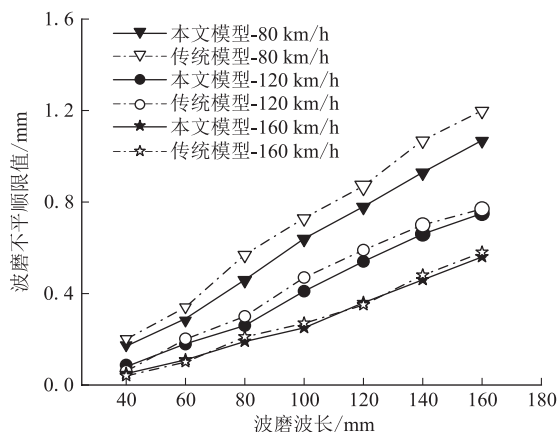


图8 考虑轮轨冲击力波磨几何不平顺限值图

3 结论

本文拓展了考虑三维几何不平顺的车辆-轨道耦合动力学模型,突破了以往动力学模型仅能考虑二维几何不平顺且假设给定几何不平顺为轮轨界面激励的局限性,系统研究了波磨不平顺处轮轨的冲击动力学特性与瞬时接触力学行为。得到主要结论如下:

(1)与采用 Hertz-FASTSIM 算法的传统动力学模型相比,本文模型真实地考虑了波磨三维几何不平顺,揭示了不平顺处接触点的瞬时转移现象。这一行为使得本文模型能够仿真出更高的轮轨冲击力。然而,随着波长的增加,在一定波深范围内,两种模型计算得到的轮轨法向力峰值逐渐趋于一致,但本文模型所得切向力峰值仍然显著高于传统模型。

(2)与给定的波磨几何特征不同,本文模型仿真得到的轮轨力波形呈现出双峰特征,表明波磨处于不稳定发展阶段。

(3)本文模型计算得到的接触斑在纵向和横向上均表现出显著的非对称性,且接触应力的瞬时变化更为剧烈。这种剧烈的瞬时接触应力会导致钢轨表面的不均匀磨损和塑性变形,进一步验证了本文模型在描述轮轨接触行为方面的优势。

(4)通过综合对比两种模型的波磨不平顺限值计算结果,发现限值随速度的增大而减小,随波长的增大而增大。与传统模型相比,本文模型的限值计算结果偏于保守,尤其是在波长较大的情况下。然而,随着运行速度的增加,两种模型的差异逐渐减小,限值趋于一致。

参考文献:

- [1] WANG Yang, XIAO Hong, ZHANG Zhihai, et al. The Formation, Development and Classification of Rail Corrugation: a Survey on Chinese Metro [J]. Railway Engineering Science, 2025, 33 (1): 43-61.
- [2] 关庆华, 张斌, 熊嘉阳, 等. 地铁钢轨波磨的基本特征、形成机理和治理措施综述 [J]. 交通运输工程学报, 2021, 21(1): 316-337.
- [3] 金学松, 李霞, 李伟, 等. 铁路钢轨波浪形磨损失研究进展 [J]. 西南交通大学学报, 2016, 51(2): 264-273.
- [4] JIN Xuesong, LI Xia, LI Wei, et al. Review of Rail Corrugation Progress [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2016, 51(2): 264-273.
- [5] 王旭. 长大干线高速铁路自动化沉降监测系统研究 [J]. 高速铁路技术, 2017, 8(6): 68-73, 83.
- [6] WANG Xu. Research of Automatic Settlement Monitoring System for Long Trunk High Speed Railway [J]. High Speed Railway Technology, 2017, 8(6): 68-73, 83.
- [7] 牛留斌, 李谷, 刘金朝, 等. 轮轨力在轨道短波不平顺检测中的应用 [J]. 铁道建筑, 2019, 59(8): 133-139.
- [8] NIU Liubin, LI Gu, LIU Jinzhao, et al. Application of the Wheel-rail Force in Track Short Wave Irregularity Detection [J]. Railway Engineering, 2019, 59(8): 133-139.
- [9] 赵鑫, 温泽峰, 王衡禹, 等. 三维高速轮轨瞬态滚动接触有限元模型及其应用 [J]. 机械工程学报, 2013, 49(18): 1-7.
- [10] ZHAO Xin, WEN Zefeng, WANG Hengyu, et al. 3D Transient Finite Element Model for High-speed Wheel-rail Rolling Contact and Its Application [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(18): 1-7.
- [11] 刘超, 赵鑫, 赵小昱, 等. 单侧钢轨波磨对两侧轮轨瞬态响应的影响分析 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(22): 117-124.

- LIU Chao, ZHAO Xin, ZHAO Xiaogang, et al. Analysis of Transient Wheel-rail Interactions Excited by Unilateral Rail Corrugation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(22): 117–124.
- [8] 赵鑫, 黄双超, 杨吉忠, 等. 更高速下轮轨瞬态“滚-滑-跳”接触行为及中/短波不平顺临界限值研究[J]. 铁道学报, 2024, 46(10): 21–32.
- ZHAO Xin, HUANG Shuangchao, YANG Jizhong, et al. On Transient Wheel-rail Rolling-sliding-jumping Contact and Critical Sizes of Short/Medium-wave Irregularities at Higher Speeds [J]. Journal of the China Railway Society, 2024, 46(10): 21–32.
- [9] 杨春凯, 陈嵘, 王攀杰, 等. 高速行车条件下钢轨焊接接头区轮轨动态相互作用[J]. 铁道建筑, 2022, 62(11): 17–21.
- YANG Chunkai, CHEN Rong, WANG Panjie, et al. Dynamic Interaction between Wheel and Rail in Welded Joint Area under High Speed Driving Conditions [J]. Railway Engineering, 2022, 62(11): 17–21.
- [10] LEI Xiaoyan. Analysis of the Influence of the Track Vertical Profile Irregularity on the Vibration of the Vehicle and the Track under High Speed Moving Train [J]. Transportmetrica B: Transport Dynamics, 2023, 11(1): 896–911.
- [11] 陈浩. 基于动力分析的高速铁路钢轨磨耗预测方法研究[J]. 高速铁路技术, 2022, 13(6): 17–22.
- CHEN Hao. Study on Prediction Method of Rail Wear of High-speed Railway Based on Dynamic Analysis [J]. High Speed Railway Technology, 2022, 13(6): 17–22.
- [12] 江万红, 王显, 韦凯, 等. 基于轮轨动力响应的地铁波磨地段钢轨打磨限值研究[J]. 铁道建筑, 2021, 61(5): 139–143.
- JIANG Wanhong, WANG Xian, WEI Kai, et al. Research on Grinding Limits of Metro Corrugation Section Based on Wheel Rail Dynamic Response [J]. Railway Engineering, 2021, 61(5): 139–143.
- [13] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 3版. 北京: 科学出版社, 2007: 12–73.
- ZHAI Wanming. Vehicle-track Coupling Dynamics [M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2007: 12–73.
- [14] WU T X, THOMPSON D J. A Hybrid Model for the Noise Generation Due to Railway Wheel Flats [J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 251(1): 115–139.
- [15] PIERINGER A, KROPP W, NIELSEN J C O. The Influence of Contact Modelling on Simulated Wheel/Rail Interaction Due to Wheel Flats [J]. Wear, 2014, 314(1/2): 273–281.
- [16] BAEZA L, RODA A, CARBALLEIRA J, et al. Railway Train-track Dynamics for Wheel flats with Improved Contact Models [J]. Nonlinear Dynamics, 2006, 45(3/4): 385–397.
- [17] 陶功权. 和谐型电力机车车轮多边形磨耗形成机理研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2018.
- TAO Gongquan. Study on Formation Mechanism of Polygonal Wear of Harmonious Electric Locomotive Wheels [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2018.
- [18] TB 10761–2024 高速铁路工程动态验收技术规范[S].
- TB 10761–2024 Technical Regulations for Dynamic Acceptance for High-speed Railways Construction[S].